Zadania na ćwiczenia 10 listopada

Przypomnienie z wykładu:
1) Złożenie funkcji $f : X \to Y$ *i* $g : Y \to Z$ *jest oznaczane przez* $g \circ f$*:*

$$g \circ f(x) = g(f(x))\,.$$

2) Obraz zbioru $A \subset X$ *przy działaniu funkcji* $f : X \to Y$ *jest oznaczany* $f[A]$*:*

$$f[A] = \{y \in Y \ : \ \exists x \in A \ \ y = f(x)\}\,.$$

3) Przeciwobraz zbioru $B \subset Y$ *przy działaniu funkcji* $f : X \to Y$ *jest oznaczany* $f^{-1}[B]$*:*

$$f^{-1}[B] = \{x \in X \ : \ f(x) \in B\}\,.$$

4) Funkcja $id_X : X \to X$ *oznacza identyczność, tzn* $\forall x \in X \ id_X(x) = x$*.*

Zadanie 1
Udowodnić, że funkcja $f : X \to Y$ jest bijekcją wtedy i tylko wtedy, istnieje funkcja $g : Y \to X$ taka, że

$$f \circ g = id_Y\,, \qquad g \circ f = id_X\,.$$

Zadanie 2 (ze zbiorku Guzicki-Zakrzewski, zad 3.14)
Udwodnij, że dla dowolnych zbiorów $A \subset X$, $B \subset Y$ oraz funkcji $f : X \to Y$
a) $f[A \cap f^{-1}[B]] = f[A] \cap B$,
b) $A \cap f^{-1}[B] \subset f^{-1}[f[A] \cap B]$. Czy musi zachodzić równość?

Zadanie 3*
Zastanowić się, jak obliczyć ile jest przekształceń „na” ze zbioru n-elementowego do k-elementowego.