

Reprezentacje Grup i Geometria, Zadania na 19 maja

Zadanie 1 Wykazać, że reprezentacja V_λ tensorowana z reprezentacją znaku jest izomorficzna z V_{λ^\vee} , gdzie λ^\vee jest transponowanym diagramem Younga.

Zadanie 2 Wyprowadzić formułę haków ze wzoru Frobeniusa na charakter reprezentacji V_λ .

Zadanie 3 Liczba Kostki $K_{\mu,\lambda}$ jest zdefiniowana jako współczynnik jednomianu x^λ w funkcji Schura S_μ (patrz wykład 10.12). Sprawdzić formułę

$$[P]_\lambda = [\Delta P]_{\lambda+\rho} + \sum_{\mu > \lambda} K_{\mu,\lambda} [\Delta P]_{\mu+\rho}$$

dla $\lambda = (1, 1, 1)$.

Zadanie 4 Niech λ i μ będą diagramami Younga o n pudełkach. Udowodnić, że jeśli $\mu > \lambda$ (w porządku leksykograficznym), to istnieje para $(i, j) \in [n]$ taka, że i, j leżą w jednym rzędzie μ i w jednej kolumnie λ . Ponadto to samo jest prawdą, jeśli λ będzie jestandardowo wypełniona, tzn zastąpiona przez $w(\lambda)$ dla $w \in \mathfrak{S}_n$.