1. Związki między reprezentacjami nad $\mathbb{R}$, $\mathbb{C}$ i $\mathbb{H}$, gdzie $\mathbb{H}$ oznacza kwaterniony. Mamy funktory:

- kompleksyfikacji $c : \mathrm{Rep}_{\mathbb{R}}(G) \to \mathrm{Rep}_{\mathbb{C}}(G)$ zdefiniowany $V \to V \otimes_{\mathbb{R}} \mathbb{C}$ z trywialnym działaniem na $\mathbb{C}$ i tym samym na V;
- $q : \mathrm{Rep}_{\mathbb{C}}(G) \to \mathrm{Rep}_{\mathbb{H}}(G)$ zdefiniowany $V \to V \otimes_{\mathbb{C}} \mathbb{H}$ z trywialnym działaniem na $\mathbb{H}$ i tym samym na V;
- $r : \mathrm{Rep}_{\mathbb{C}}(G) \to \mathrm{Rep}_{\mathbb{R}}(G)$ zapominania o strukturze przestrzeni zespolonej z tym samym działaniem na V;
- $s : \mathrm{Rep}_{\mathbb{H}}(G) \to \mathrm{Rep}_{\mathbb{C}}(G)$ zapominania o strukturze przestrzeni nad H z tym samym działaniem na V.
- $t : \mathrm{Rep}_{\mathbb{C}}(G) \to \mathrm{Rep}_{\mathbb{C}}(G)$ zachowująca działanie grupy G na V, jedynie mnożenie przez skalar $z \in \mathbb{C}$ na przestrzeni tV jest mnożeniem przez $\bar{z}$ w przestrzeni V.

Funktory te spełniają następujące łatwe do sprawdzenia zależności:

- $rc = 2$ i $sq = 2$ tzn. $rc(V) = V \oplus V$ i $sq(V) = V \oplus V$;
- $cr = 1 + t$ i $sq = 1 + t$;
- $tc = c$ i $ts = s$;
- $rt = r$ i $qt = q$;
- $t^2 = 1$.

2. Udowodnić, że jeżeli G jest grupą zwartą, to $V^* \cong tV$.

3. Udowodnić, że dla dwóch reprezentacji $V, W \in \mathrm{Rep}_{\mathbb{R}}(G)$ jeżeli $cV \cong cW$, to $V \cong W$ i analogicznie jeżeli $V, W \in \mathrm{Rep}_{\mathbb{H}}(G)$ i $sV \cong sW$, to $V \cong W$.

4. Pokazać, że jeżeli $V \in \mathrm{Rep}_{\mathbb{C}}(G)$ spełnia $V \cong tV$, to V jest rzeczywista lub kwaternionowa, ale nie obie naraz.

5. Udowodnić, że dla zwartej grupy G istnieją reprezentacje $U_m \in \mathrm{Rep}_{\mathbb{R}}(G)$, $V_n \in \mathrm{Rep}_{\mathbb{C}}(G)$ i $W_p \in \mathrm{Rep}_{\mathbb{H}}(G)$, takie że:

a) nieizomorficzne nieprzywiedlne reprezentacje nad $\mathbb{R}$, to U_m, rV_n, rsW_p;

b) nieizomorficzne nieprzywiedlne reprezentacje nad $\mathbb{C}$, to cU_m, V_n, tV_n, sW_p;

c) nieizomorficzne nieprzywiedlne reprezentacje nad $\mathbb{R}$, to qcU_m, qV_n, W_p.

(to jest twierdzenie 3.57 w książce Adamsa)