

# **Dokumentacja**

## **Struktura terminowa stóp procentowych**

Adam Ryterski  
Marcin Sosnowski  
Bartosz Mielczarek  
AP

## Spis treści

<b>1</b>	<b>Wstęp</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Opis danych rynkowych</b>	<b>3</b>
2.1	Dane określające waluty i rynki . . . . .	3
2.2	Kwotowania i konwencje rynkowe dla waluty krajowej . . . . .	4
2.3	Kwotowania i konwencje rynkowe dla waluty zagranicznej . . . . .	5
2.4	Metoda interpolacji . . . . .	5
<b>3</b>	<b>Weryfikacja wprowadzonych danych</b>	<b>6</b>
3.1	Funkcje generujące tablice . . . . .	7
3.1.1	cpn_dt(start_date, one_tenor, market, FC, DCC, BDA, Day_to_spot, EMA, cf) . . . . .	7
3.1.2	market_ir_gen() . . . . .	7
3.1.3	market_fx_gen() . . . . .	8
<b>4</b>	<b>Krzywa czynników dyskontowych dla waluty krajowej</b>	<b>8</b>
4.1	Funkcje generujące krzywą krajową . . . . .	11
4.1.1	rate2df(t, rate, method) . . . . .	11
4.1.2	df2rate(t, df, method) . . . . .	11
4.1.3	wedn(date, one_tenor) . . . . .	11
4.1.4	DOM_curve_constr() . . . . .	12
<b>5</b>	<b>Krzywa czynników dyskontowych dla waluty zagranicznej</b>	<b>12</b>
5.1	Funkcje generująca krzywą zagraniczną . . . . .	14
5.1.1	FOR_curve_constr() . . . . .	14
5.1.2	base_curr(CURR_FOR, CURR_DOM) . . . . .	14
5.1.3	convert_tables() . . . . .	14
<b>6</b>	<b>Opis metod interpolacji</b>	<b>15</b>
6.1	Interpolacja liniowa . . . . .	15
6.2	Metoda RAW . . . . .	16
6.3	Natural Cubic Spline . . . . .	16
6.4	B-Spline . . . . .	17
6.5	Funkcje interpolujące . . . . .	18
6.5.1	addinterp(t, DS) . . . . .	18
6.5.2	linear_interp(t, x, y) . . . . .	18
6.5.3	raw_interp(t, x, y) . . . . .	19
6.5.4	ncubs_interp(t, x, y) . . . . .	19
6.5.5	bsp_basis(k,p,t,x) . . . . .	19
6.5.6	bspline_interp(t,x,y,deg) . . . . .	20

<b>7 Czynniki dyskontowe i stopy forward</b>	<b>20</b>
7.1 Funkcje wyznaczające czynniki dyskontowe i stopy forward . . . . .	20
7.1.1 DF_pom(t, DS) . . . . .	20
7.1.2 DF(date0, date, DS) . . . . .	21
7.1.3 FR(date0, dates1, dates2, DS) . . . . .	21
7.1.4 DS_conv(date, DS) . . . . .	22
<b>Bibliografia</b>	<b>23</b>

## 1 Wstęp

Niniejsza dokumentacja zawiera opis procedur i funkcji służących do wygenerowania tablic czynników dyskontowych dla waluty krajowej i zagranicznej. Zostały one stworzone przez Adama Ryterskiego w 2011 roku, a następnie zmodyfikowanych przez Marcina Sosnowskiego w 2012 roku. Zawarte zostały także fragmenty pracy Marcina Kolankowskiego z 2010 roku. Opis krzywej czynników dyskontowych dla waluty zagranicznej uzupełniony przez AP. W dalszej części przyjmujemy następujące oznaczenia:

$DF(t, T)$  - czynniki dyskontowy w chwili  $t$  liczony dla momentu  $T$ , tzn. ilość kapitału jaki potrzebujemy w chwili  $t$ , aby przy strukturze terminowej stóp procentowych opisanej przez czynniki dyskontowe, w chwili  $T > t$  uzyskać 1.

$DF(t, T_0, T)$  - czynnik dyskontowy forward, czyli czynnik dyskontowy obserwowalny w chwili  $t$ , który sprowadza do chwili  $T_0$  przepływ pieniężny występujący w chwili  $T$ .

$R(t, T)$  - zerokuponowa stopa procentowa dla okresu  $[t, T]$ .

$f(t, S, T)$  - stopa forward w chwili  $t$  na okres  $[S, T]$ .

$F(t_0, T)$  - kurs forward obserwowalny w chwili  $t_0$  na chwilę  $T$ .

## 2 Opis danych rynkowych

Dane rynkowe umożliwiające poprawne działanie programu wprowadzane są przez użytkownika. Dane zapisywane są w pliku *market\_data\_in.m*, można je podzielić na następujące kategorie:

### 2.1 Dane określające waluty i rynki

NAZWA ZMIENNEJ	OPIS
<i>CURR_DOM</i>	kod waluty krajowej np. PLN
<i>CURR_FOR</i>	kod waluty zagranicznej np. EUR
<i>FC_DOM</i>	nazwa centrum finansowego, odpowiadającego walucie krajowej np. {"warsaw"}
<i>FC_FOR</i>	nazwa centrum finansowego, odpowiadającego walucie zagranicznej np. {"london"}
<i>start_date</i>	data $t = 0$ , moment z którego pochodzą kwotowania rynkowe

## 2.2 Kwotowania i konwencje rynkowe dla waluty krajowej

NAZWA ZMIENNEJ	OPIS
<i>CURR_FRAFUT</i>	Zwraca rodzaj kontraktu użytego do wyznaczenia krzywej czynników dyskontowych, tj. <i>FRA</i> lub <i>FUT</i>
<i>Depo_DCC</i>	Day Count Convention dla depozytów np. ACT/365
<i>Depo_BDA</i>	Business Day Adjustment dla depozytów np. sfbd
<i>Depo_EMA</i>	End of Month Adjustment dla depozytów np. +1
<i>Depo_day_to_spot</i>	konwencja określająca datę spot na rynku depozytów, wyrażona jako ilość dni roboczych między zawarciem transakcji, a jej rozliczeniem np. 2
<i>Depo_rates</i>	tablica zawierająca kwotowania rynkowe dla depozytów, pierwsza kolumna zawiera oznaczenie depozytu, druga i trzecia odpowiednio cenę kupna ( <i>bid</i> ) i sprzedaży ( <i>ask</i> ) np.  <div style="text-align: right; margin-right: 100px;">           ON 3.10 3.20            TN 2.73 2.75            :            :         </div>
<i>FRA_DCC</i>	Day Count Convention dla kontraktów FRA np. ACT/365
<i>FRA_BDA</i>	Business Day Adjustment dla kontraktów FRA np. sfbd
<i>FRA_EMA</i>	End of Month Adjustment dla kontraktów FRA np. +1
<i>FRA_day_to_spot</i>	konwencja określająca datę spot na rynku kontraktów FRA, wyrażona jako ilość dni roboczych między zawarciem transakcji, a jej rozliczeniem np. 2
<i>FRA_rates</i>	tablica zawierająca kwotowania rynkowe dla kontraktów FRA, pierwsza kolumna zawiera oznaczenie kontraktu FRA, druga i trzecia odpowiednio cenę kupna ( <i>bid</i> ) i sprzedaży ( <i>ask</i> ) np.  <div style="text-align: right; margin-right: 100px;">           3X6 3.90 3.93            6X9 2.68 2.70            :            :         </div>
<i>FUT_DCC</i>	Day Count Convention dla kontraktów Futures np. ACT/365
<i>FUT_BDA</i>	Business Day Adjustment dla kontraktów Futures np. sfbd
<i>FUT_EMA</i>	End of Month Adjustment dla kontraktów Futures np. +1
<i>FUT_rates</i>	tablica zawierająca kwotowania rynkowe dla kontraktów Futures, pierwsza kolumna zawiera oznaczenie kontraktu Futures (miesiąc i rok jego rozpoczęcia), druga cenę kontraktu (ceny kupna ( <i>bid</i> ) i sprzedaży ( <i>ask</i> ) są takie same), trzecia wartość wypukłości potrzebną do korekty obliczeń np.  <div style="text-align: right; margin-right: 100px;">           Mar 96.3800.003            10            Jun 96.2500.006            10            :            :         </div>

<i>IRS_DCC</i>	Day Count Convention dla kontraktów IRS np. ACT/365
<i>IRS_BDA</i>	Business Day Adjustment dla kontraktów IRS np. sfbd
<i>IRS_EMA</i>	End of Month Adjustment dla kontraktów IRS np. +1
<i>IRS_day_to_spot</i>	konwencja określająca datę spot na rynku kontraktów IRS, wyrażona jako ilość dni roboczych między zawarciem transakcji, a jej rozliczeniem np. 2
<i>IRS_cf</i>	częstotliwość płatności nogi stałej w roku np. 2 gdy kupon nogi stałej wypłacany jest 2 razy w roku
<i>IRS_rates</i>	tablica zawierająca kwotowania rynkowe dla kontraktów IRS, pierwsza kolumna zawiera oznaczenie kontraktu IRS, druga i trzecia odpowiednio cenę kupna ( <i>bid</i> ) i sprzedaży ( <i>ask</i> ) np. <div style="text-align: right; margin-right: 20px;"> 3Y 2.28 2.32  4Y 2.60 2.62  ⋮ </div>

### 2.3 Kwotowania i konwencje rynkowe dla waluty zagranicznej

NAZWA ZMIENNEJ	OPIS
<i>FX_rate</i>	tablica zawierająca kurs spot dla pary walutowej, w pierwszej kolumnie znajduje się cena kupna ( <i>bid</i> ), w drugiej zaś cena sprzedaży ( <i>ask</i> ) np. 1.4175 1.418. Przyjmujemy, że kurs walutowy jest ceną waluty bazowej wyrażoną w jednostkach waluty kwotowanej ( <i>direct quotation</i> ), a rozróżnienie między walutą bazową, a kwotowaną następuje przy użyciu funkcji <i>base_curr</i>
<i>FOR_DCC</i>	Day Count Convention dla kontraktów forward np. ACT/365
<i>FOR_BDA</i>	Business Day Adjustment dla kontraktów forward np. sfbd
<i>FOR_EMA</i>	End of Month Adjustment dla kontraktów forward np. +1
<i>FOR_day_to_spot</i>	konwencja określająca datę spot na rynku kontraktów forward, wyrażona jako ilość dni roboczych między zawarciem transakcji, a jej rozliczeniem np. 2
<i>SWAP_POINTS</i>	tablica zawierająca kwotowania rynkowe punktów swapowych, pierwsza kolumna zawiera oznaczenie kontraktu forward, druga i trzecia odpowiednio cenę kupna ( <i>bid</i> ) i sprzedaży ( <i>ask</i> ) np. <div style="text-align: right; margin-right: 20px;"> ON 0.385 0.335  TN 1.250 1.210  ⋮ </div>
<i>pip_val</i>	zmienna określająca wielkość punktu bazowego ( <i>pip – price interest point</i> ) dla danej pary walutowej np. 0.01 dla USDJPY
<i>PDR</i>	zmienna przyjmuje wartości 1 lub -1 w zależności od tego, czy punkty swapowe powinny zostać odpowiednio dodane lub odjęte od kursu spot

### 2.4 Metoda interpolacji

NAZWA ZMIENNEJ	OPIS
<i>interp_method</i>	zmienna określająca globalnie przyjętą metodę interpolacji. Zmienna może przyjmować następujące wartości: <i>linear on df</i> , <i>linear on rate</i> , <i>raw</i> , <i>linear on lograte</i> , <i>nat cubic</i> , <i>bspline</i>

### 3 Weryfikacja wprowadzonych danych

W celu zapewnienia użytkownikowi możliwości weryfikacji wprowadzonych danych, po ich wprowadzeniu generowane są tablice *market\_ir* i *market\_fx*.

W kolumnach tablicy *market\_ir* zawarte są kolejno kategoria instrumentu, oznaczenie instrumentu, początek okresu depozytowego, koniec okresu depozytowego, cena kupna (*bid*), cena sprzedaży (*ask*) oraz konwencja DCC. Przykładowa tablica:

DEP	ON	24-aug-2009	25-aug-2009	3.10	3.20	ACT/365
DEP	TN	25-aug-2009	26-aug-2009	2.73	2.73	ACT/365
:	:	:	:	:	:	:
FRA	3X6	26-nov-2009	26-feb-2010	3.90	3.93	ACT/365
FRA	6X9	26-feb-2010	27-may-2010	2.68	2.70	ACT/365
:	:	:	:	:	:	:
IRS	3Y	26-aug-2009	29-aug-2012	2.28	2.32	30/360
IRS	4Y	26-aug-2009	29-aug-2013	2.60	2.62	30/360
:	:	:	:	:	:	:

Jeśli do budowania macierzy użyte zostały kontrakty Futures, przykładowa tablica będzie wyglądać następująco:

DEP	ON	24-aug-2009	25-aug-2009	3.10	3.20	ACT/365
DEP	TN	25-aug-2009	26-aug-2009	2.73	2.73	ACT/365
:	:	:	:	:	:	:
FUT	Mar 10	17-mar-2010	17-jun-2010	3.61	3.61	ACT/360
FUT	Jun 10	16-Jun-2010	16-Sep-2010	3.74	3.74	ACT/360
:	:	:	:	:	:	:
IRS	3Y	26-aug-2009	29-aug-2012	2.28	2.32	30/360
IRS	4Y	26-aug-2009	29-aug-2013	2.60	2.62	30/360
:	:	:	:	:	:	:

W kolumnach tablicy *market\_fx* zawarte są kolejno data zapadalności kontraktu, cena kupna (*bid*), cena sprzedaży (*ask*) oraz konwencja DCC. Przykładowa tablica:

24-aug-2009	1.4175	1.4180	ACT/360
28-aug-2009	1.4174	1.4179	ACT/360
:	:	:	:

## 3.1 Funkcje generujące tablice

### 3.1.1 `cpn_dt(start_date, one_tenor, market, FC, DCC, BDA, Day_to_spot, EMA, cf)`

#### Dane wejściowe:

##### Parametry:

*start\_date* - data w formacie dd-mm-yyyy określająca moment kwotowania instrumentu finansowego;

*one\_tenor* - oznaczenie instrumentu finansowego np. ON, 3x6;

*market* - kategoria instrumentu, do wyboru DEP, FRA, FUT, IRS, FWD;

*FC* - nazwa centrum finansowego;

*DCC* - konwencja Day Count Convention;

*BDA* - konwencja Business Day Adjustment;

*Day\_to\_spot* - konwencja spot;

*EMA* - konwencja End of Month Adjustment;

*cf* (opcjonalnie) - ilość płatności nogi stałej w roku dla kontraktów IRS, domyślnie 1, co oznacza, że dla kontraktów IRS płatność nogi stałej występuje raz w roku

##### Wynik działania funkcji:

*pay\_dt* - tablica zawierająca kolejno datę spot oraz daty przepływów finansowych związanych z danym instrumentem

*pay\_fr* - tablica z frakcjami roku między datami z tablicy *pay\_dt*

##### Opis działania funkcji:

Funkcja pomocnicza, wykorzystywana przy szukaniu daty rozliczenia oraz dat przepływów finansowych związanych z danym instrumentem. Przykładowe wywołanie funkcji:

```
[pay_dt, pay_fr] = cpn_dt("24-aug-2009", "3X6", "FRA", "warsaw", "ACT/365", "sfb", 2, "+1"),
```

zwróci tablicę zawierającą daty

```
pay_dt = {"26-aug-2009", "26-nov-2009", "26-feb-2009"},
```

czyli odpowiednio datę spot, datę spot + 3M oraz datę spot+6M oraz tablicę

```
pay_fr = [0.25205, 0.25205]
```

zawierającą frakcje roku pomiędzy tymi datami

### 3.1.2 `market_ir_gen()`

#### Dane wejściowe:

*FC\_DOM*; *start\_date*; *Depo\_DCC*; *Depo\_BDA*; *Depo\_EMA*; *Depo\_day\_to\_spot*; *Depo\_rates*; *FRA\_DCC*; *FRA\_BDA*; *FRA\_EMA*; *FRA\_day\_to\_spot*; *FRA\_rates*; *IRS\_DCC*; *IRS\_BDA*; *IRS\_EMA*; *IRS\_day\_to\_spot*; *IRS\_cf*; *IRS\_rates*; *CURR\_FRAFUT*;

##### Parametry:

##### Wynik działania funkcji:

*market\_ir* - tablica opisana we wstępie do rozdziału

*market\_ir.m* - plik zawierający tablicę *market\_ir*

##### Opis działania funkcji:

Funkcja w oparciu o funkcję *cpn\_dt* oraz wprowadzone dane, wylicza daty początku i końca okresu depozytowego dla instrumentów finansowych, a następnie tworzy



tablicę *market\_ir* i zapisuje ją do pliku *market\_ir.m*. Parametry kontraktów Futures znajdują się w odpowiednich zmiennych *FRA\_\**. O tym czy informacja dotyczy kontraktów FRA czy kontraktów Futures decyduje zmienna *CURR\_FRAFUT*. Jeśli okresy czasu na jakie są dostępne dane odpowiadające poszczególnym segmentom rynku (DEP, FRA, IRS lub DEP, FUT, IRS) zachodzą na siebie, to funkcja obcina dane odpowiadające dłuższemu okresowi z niższego segmentu rynku, np. jeśli kontrakty DEP są kwotowane do 1Y a kontrakty FRA zaczynają się od kontraktu 3x6, to do tworzenia krzywej dyskontowej brane są kontrakty DEP do 3M a następnie kontrakty FRA.

### 3.1.3 market\_fx\_gen()

**Dane wejściowe:**

*FC\_FOR; CURR\_DOM; CURR\_FOR; start\_date; FOR\_DCC; FOR\_BDA; FOR\_EMA; FOR\_day\_to\_spot; FX\_rate; SWAP\_POINTS; PDR; pip\_val*

**Parametry:**

**Wynik działania funkcji:**

*market\_fx* - tablica opisana we wstępie do rozdziału  
*market\_fx.m* - plik zawierający tablicę *market\_fx*

**Opis działania funkcji:**

Funkcja za pomocą funkcji *cpn\_dt* wylicza daty zapadalności kontraktów forward wprowadzonych przez użytkownika. Następnie z kursu spot i punktów swapowych wylicza ceny forward. Opis metodologii wyliczania kursów forward znajduje się w rozdziale 5. Ostatecznie funkcja zwraca wyniki w postaci tablicy *market\_fx* i zapisuje ją do pliku *market\_fx.m*

## 4 Krzywa czynników dyskontowych dla waluty krajowej

Krzywą czynników dyskontowych dla waluty krajowej zbudowana jest z trzech części:

**Krótki koniec:**

Część krzywej zbudowana na podstawie kwotowań rynkowych depozytów. Zakładając, że w chwili  $t_0$  dysponujemy kwotowaniem depozytu  $R(t_1, T)$  rozpoczynającego się w chwili  $t_1$  i kończącego w chwili  $T$ , czynnik dyskontowy  $DF(t_0, T)$  na moment  $T$  wyliczamy ze wzoru:

$$DF(t_0, T) = \frac{1}{1 + R(t_1, T) \times (T - t_1)} \times DF(t_0, t_1) \quad (1)$$

Czynnik dyskontowy dla daty spot  $DF(t_0, t_1)$  w zależności od wartości zmiennej *Depo\_day\_to\_spot* wyliczany jest jedną z poniższych metod:

- (a) Gdy *Depo\_day\_to\_spot* = 0 to  $DF(t_0, t_1) = 1$ .

- (b) Gdy  $Depo\_day\_to\_spot = 1$  to czynnik dyskontowy dla daty spot jest wyliczany z kwotowań depozytu ON za pomocą poniższego wzoru:

$$DF(t_0, t_1) = DF(t_0, t_{ON}) = \frac{1}{1 + R_{ON} \times (t_{ON} - t_0)} \quad (2)$$

- (c) Gdy  $Depo\_day\_to\_spot \geq 2$  to najpierw wyliczamy czynniki dyskontowe odpowiadające depozytom ON i TN za pomocą poniższych wzorów:

$$DF(t_0, t_{ON}) = \frac{1}{1 + R_{ON} \times (t_{ON} - t_0)} \quad (3)$$

$$DF(t_0, t_{TN}) = \frac{1}{1 + R_{TN} \times (t_{TN} - t_{ON})} \times DF(t_0, t_{ON}) \quad (4)$$

Następnie czynnik dyskontowy spot  $DF(t_0, t_1)$  wyliczamy za pomocą interpolacji (ekstrapolacji) globalnie określoną metodą, przy uwzględnieniu punktów węzłowych  $(t_0, 1)$ ,  $(t_{ON}, DF(t_0, t_{ON}))$ ,  $(t_{TN}, DF(t_0, t_{TN}))$ .

#### Część środkowa:

Część oparta o kowotowania rynkowe kontraktów FRA lub Futures. Dla kontraktu FRA  $T_1 \times T_2$  o stopie procentowej  $R_{FRA}$ , początkowo wyliczany jest czynnik dyskontowy  $DF(t_0, T_1)$  na podstawie tablicy czynników dyskontowych otrzymanej z krótkiego końca krzywej (ewentualnie zaktualizowanej o czynniki wyliczone z kontraktów FRA o wcześniejszym terminie zapadalności). Gdy zachodzi konieczność, to użyta jest globalnie określona metoda interpolacji (ekstrapolacji). Ostatecznie wyliczany jest czynnik dyskontowy na moment  $T_2$ , za pomocą wzoru:

$$DF(t_0, T_2) = \frac{DF(t_0, T_1)}{1 + R_{FRA} \times (T_2 - T_1)} \quad (5)$$

W przypadku kontraktów Futures odpowiednik  $R_{Fut}$  stopy procentowej kontraktu FRA obliczany jest przy użyciu równania:

$$R_{Fut} = 100 - PriceFut - ConAdj, \quad (6)$$

gdzie  $ConAdj$  jest współczynnikiem convexity adjustment czyli wartością, o którą obniżamy wartość stóp futures w związku z przewidywaniami rynkowymi. Podobnie jak ceny kontraktu futures  $PriceFut$ , współczynniki  $ConAdj$  są elementami danych wejściowych funkcji budującej krzywą czynników dyskontowych. Dla kontraktu realizowanego dla okresu  $(T_1, T_2)$  o stopie procentowej  $R_{Fut}$ , początkowo wyliczany jest czynnik dyskontowy  $DF(t_0, T_1)$  na podstawie tablicy czynników dyskontowych otrzymanej z krótkiego końca krzywej (ewentualnie zaktualizowanej o czynniki wyliczone z kontraktów Fut o wcześniejszym terminie zapadalności). Gdy zachodzi konieczność, to użyta jest globalnie określona metoda interpolacji (ekstrapolacji). Ostatecznie wyliczany jest czynnik dyskontowy na moment  $T_2$ , za pomocą wzoru:

$$DF(t_0, T_2) = \frac{DF(t_0, T_1)}{1 + R_{Fut} \times (T_2 - T_1)}. \quad (7)$$

W przypadku interpolacji spline'owej do wyznaczania czynnika dyskontowego  $DF(t_0, T_1)$  używana jest metoda interpolacji RAW, ponieważ interpolacja spline'owa wymaga danych dla całej krzywej dyskontowej nie jedynie jej krótkiego końca. Takie postępowanie dotyczy zarówno depozytów jak kontraktów FRA oraz Futures.

#### **Długi koniec:**

Ostatnia część krzywej jest zbudowana na podstawie kwotowań kontraktów IRS i wyliczana poprzez bootstrapping czynników dyskontowych. Przykładowo założmy, że w chwili  $t_0$  mamy kontrakt IRS o stopie  $R_{IRS}$  płaćący kupony nogi stałej w chwilach  $t_1, t_2, \dots, t_n$  i chwila  $t_n$  jest czasem zapadalności kontraktu. Oczywiście wartość kontraktu IRS w chwili jego zawarcia  $t_0$  jest równa 0, więc spełniona jest równość

$$R_{IRS} \sum_{i=1}^n \Delta_i DF(t_0, t_i) + DF(t_0, t_n) = 1, \quad \Delta_i = t_i - t_{i-1} \quad (8)$$

Wówczas po przekształceniu otrzymujemy:

$$DF(t_0, t_n) = \frac{1 - R_{IRS} \sum_{i=1}^{n-1} \Delta_i DF(t_0, t_i)}{1 + R_n \Delta_n} \quad (9)$$

Procedura wyliczania czynnika dyskontowego  $DF(t_0, t_n)$  wygląda następująco: początkowo przyjmujemy dowolną wartość dla każdego z czynników dyskontowych odpowiadającego dacie zapadalności wszystkich dostępnych kontraktów IRS (w programie wartości te są tak określone, żeby odpowiadały stopie procentowej równej  $R_{IRS}(t_n)$ , kapitalizowanej w sposób prosty dla okresu  $[t_0, t_n]$ ). Następnie w oparciu o globalną metodę interpolacji uzyskujemy czynniki dyskontowe dla dat w których następują płatności nogi stałej przynajmniej jednego z kontraktów. Kolejnym krokiem jest policzenie stóp stałych dla każdego z IRSów i porównanie ich z wartościami odczytanymi z rynku. W przypadku różnicy większej niż zadany poziom dokładności liczymy nowe czynniki dyskontujące dla momentów  $t_k$  będących datą zapadalności  $k$ -tego kontraktu. Korzystamy w tym celu ze wzoru 9. Procedura ta jest powtarzana aż do momentu uzyskania żądanej dokładności.

#### **UWAGA!**

Budowa krzywej czynników dykontowych opiera się tylko o kwotowania rynku depozytowego dla okresu do 3M (3 miesiący) od  $start\_date$ , dane kontrakty FRA/Futures, zapadalne nie później niż 2Y (2 lata) od  $start\_date$ , oraz dostępne kontrakty IRS. Wszelkie dodatkowe dane nie są brane pod uwagę przy wyznaczaniu krzywej.

W przypadku, gdy zmienna  $Depo\_day\_to\_spot$  przyjmuje wartość większą lub równą 2 (wartość równą 1), do zbudowania krzywej czynników dyskontowych niezbędne jest określenie stóp procentowych odpowiadających depozytom ON i TN (depozytowi ON). Wówczas możliwe jest wyliczenie czynnika dyskontowego odpowiadającego dacie spot dla depozytów. W przypadku gdy po wprowadzeniu danych przez użytkownika, brakuje kwotowania dla depozytu niezbędnego do zbudowania krzywej czynników dyskontowych, potrzebne stopy procentowe wyliczane są za pomocą interpolacji (ekstrapolacji) liniowej w oparciu kwotowania pozostałych depozytów.

Stopy procentowe otrzymane w ten sposób dodawane są do tablicy *market\_ir*, która następnie służy jako źródło danych przy wyliczaniu tablic czynników dyskontowych.

## 4.1 Funkcje generujące krzywą krajową

### 4.1.1 `rate2df(t, rate, method)`

**Dane wejściowe:**

**Parametry:**

*t* - wektor zawierający ciąg ułamków roku; *rate* - wektor zawierający ciąg stóp procentowych odpowiadających *t*; *method* (opcjonalnie) - metoda kapitalizacji, zmienna może przyjmować dwie wartości: *simple* - kapitalizacja prosta, *continuous* - kapitalizacja ciągła. W przypadku braku określenia metody kapitalizacji, domyślnie przyjęta jest kapitalizacja ciągła.

**Wynik działania funkcji:**

Wektor zawierający ciąg czynników dyskontowych odpowiadających *t*.

**Opis działania funkcji:**

Funkcja na podstawie ułamka roku *t* i odpowiadającej mu stopy procentowej  $R(0, t)$ , oblicza czynnik dyskontowy  $DF(0, t)$ .

### 4.1.2 `df2rate(t, df, method)`

**Dane wejściowe:**

**Parametry:**

*t* - wektor zawierający ciąg ułamków roku; *df* - wektor zawierający ciąg czynników dyskontowych odpowiadających *t*; *method* (opcjonalnie) - metoda kapitalizacji, zmienna może przyjmować dwie wartości: *simple* - kapitalizacja prosta, *continuous* - kapitalizacja ciągła. W przypadku braku określenia metody kapitalizacji, domyślnie przyjęta jest kapitalizacja ciągła.

**Wynik działania funkcji:**

Wektor zawierający ciąg stóp procentowych odpowiadających *t*.

**Opis działania funkcji:**

Funkcja na podstawie ułamka roku *t* i odpowiadającego mu czynnika dyskontowego  $DF(0, t)$ , oblicza stopę procentową  $R(0, t)$ .

### 4.1.3 `wedn(date, one_tenor)`

**Dane wejściowe:**

**Parametry:**

*date* - data pierwszego dnia miesiąca, dla którego wyznaczamy trzecią środę;  
*one\_tenor* - nazwa miesiąca (tylko Mar, Jun, Sep, Dec), w którym zapada kontrakt Futures.

**Wynik działania funkcji:**

*data* - data trzeciej środy miesiąca *one\_tenor* w roku wynikającym z danej *date*;  
*month* - odpowiednio zmodyfikowana na potrzeby tablicy *market\_ir* zmienna *one\_tenor*.

**Opis działania funkcji:**

Funkcja szuka trzeciej środy miesiąca dla miesiąca rozpoczynającego się od danej daty, ale tylko dla miesięcy związanych zapadalnością kontraktów Futures.

#### 4.1.4 DOM\_curve\_constr()

**Dane wejściowe:**

*IRS\_cf, IRS\_BDA, IRS\_EMA, FC\_DOM, start\_date, Depo\_DCC, Depo\_BDA, Depo\_EMA, Depo\_day\_to\_spot, Depo\_rates, market\_ir, interp\_method.*

**Parametry:**

**Wynik działania funkcji:**

*DSD\_Bid, DSD\_Ave, DSD\_Ask* - tablice czynników dyskontowych dla stóp *bid*, *ave* i *ask* odpowiednio. Tablice zwracane są w postaci zmiennych oraz zapisywane do pliku

**Opis działania funkcji:**

Funkcja początkowo dokonuje weryfikacji danych, sprawdzając czy wprowadzone zostały wszystkie kwotowania potrzebne do wyliczenia krzywej. W przypadku, gdy brakuje niezbędnych danych, są one wyliczane za pomocą interpolacji (ekstrapolacji) liniowej stóp procentowych na podstawie pozostałych danych. Następnie aktualizowana jest tablica *market\_ir*. Ostatecznie stosując metody opisane na początku rozdziału, funkcja wylicza czynniki dyskontowe w oparciu o zaktualizowaną tablicę *market\_ir*. Tablica *DSD\_Ave* jest liczona jako średnia z tablic *DSD\_Bid* i *DSD\_Ask*. Otrzymane tablice czynników dyskontowych zwracane są w postaci zmiennych oraz zapisywane do plików *DSD\_Bid.m*, *DSD\_Ave.m* i *DSD\_Ask.m*

## 5 Krzywa czynników dyskontowych dla waluty zagranicznej

Czynniki dyskontowe dla waluty zagranicznej są wyliczane na podstawie kwotowań kontraktów forward oraz krajowej krzywej czynników dyskontowych. Standardem rynkowym w przypadku kontraktów forward jest kwotowanie w postaci punktów swapowych, będących różnicą między kursem forward, a kursem spotowym. Możemy wyróżnić dwie sytuacje: gdy kurs forward jest niższy od kursu spot (punkty swapowe są ujemne) to mówimy, że waluta bazowa jest z dyskontem, natomiast gdy kurs forward jest wyższy od kursu spot (punkty swapowe są dodatnie) to mówimy, że waluta bazowa jest z premią. Punkty swapowe są podawane jako wielokrotność punktu bazowego (pip) dla danej pary walutowej, często z pominięciem towarzyszącego im znaku algebraicznego. Zarówno wielkość, jak i znak punktów swapowych, zależą od relacji stóp procentowych w kraju waluty bazowej i kraju waluty kwotowanej. Gdy stopy procentowe w kraju odpowiadającym walucie bazowej są niższe niż w kraju odpowiadającym walucie kwotowanej, to wówczas waluta bazowa jest z premią. W przypadku, gdy zachodzi przeciwna nierówność między stopami procentowymi to waluta bazowa jest z dyskontem. Program zakłada, że użytkownik wie jaka jest relacja między stopami procentowymi w krajach odpowiadających parze walutowej i określa ją poprzez nadanie wartości zmiennej *PDR*. W zależności od tego czy waluta bazowa jest z premią, czy z dyskontem, zmienna *PDR* przyjmuje odpowiednio wartości 1 lub

-1. Ostatecznie kurs forward wyliczany jest według wzoru:

$$F(0, T) = SPOT + PDR \times SWAP\_POINT \times pip\_val \quad (10)$$

Znając wielkość kursów forward, oraz wiedząc, że kursy walutowe są kwotowane w relacji waluta bazowa/waluta kwotowana czynniki dyskontowe dla waluty bazowej wyliczane są z następujących wzorów:

$$F_{Bid}(0, T) = Spot_{Bid} \times \frac{DF_{Ask}^b(0, T)}{DF_{Bid}^q(0, T)} \quad (11)$$

$$F_{Ask}(0, T) = Spot_{Ask} \times \frac{DF_{Bid}^b(0, T)}{DF_{Ask}^q(0, T)} \quad (12)$$

gdzie  $b$  oznacza walutę bazową, zaś  $q$  walutę kwotowaną.

Po przekształceniach daje to następujący wzór dla czynników dyskontowych waluty bazowej

$$DF_{Bid}^b(0, T) = \frac{F_{Ask}(0, T)}{Spot_{Ask}} \times DF_{Ask}^q(0, T), \quad (13)$$

$$DF_{Ask}^b(0, T) = \frac{F_{Bid}(0, T)}{Spot_{Bid}} \times DF_{Bid}^q(0, T). \quad (14)$$

Te wzory nie uwzględniają faktu, że już wcześniej została zbudowana krzywa dyskontowa waluty krajowej. Charakter waluty zagranicznej w danej parze walutowej jest określany za pomocą funkcji *base\_curr*. Jeśli waluta krajowa jest jednocześnie walutą kwotowaną, to powyższe wzory są prawdziwe. Należy jednak rozważyć także przypadek, gdy waluta krajowa jest walutą bazową.

Jeśli waluta krajowa jest walutą bazową, ale kwotowania kursów walutowych spot oraz forward są podawane jako kurs FOR/DOM czyli waluta kwotowana/waluta bazowa, to powyższe wzory pozostają niezmienione. Wynika to z relacji

$$\frac{1}{F_{Bid}(0, T)} = \frac{1}{Spot_{Bid}} \times \frac{DF_{Bid}^b(0, T)}{DF_{Ask}^q(0, T)},$$

$$\frac{1}{F_{Ask}(0, T)} = \frac{1}{Spot_{Ask}} \times \frac{DF_{Ask}^b(0, T)}{DF_{Bid}^q(0, T)}$$

Co daje wzory

$$DF_{Bid}^q(0, T) = \frac{F_{Ask}(0, T)}{Spot_{Ask}} \times DF_{Ask}^b(0, T), \quad (15)$$

$$DF_{Ask}^q(0, T) = \frac{F_{Bid}(0, T)}{Spot_{Bid}} \times DF_{Bid}^b(0, T). \quad (16)$$

Takie kwotowania są jednak rzadko spotykane. Standardem jest kwotowanie kursów walutowych jako waluta bazowa/waluta kwotowana. Jeśli mamy takie kwotowanie, ale

jednocześnie waluta krajowa jest walutą bazową, to odpowiednie wzory na czynniki dyskontowe dla waluty kwotowanej (tym razem zagranicznej) wyglądają następująco

$$DF_{Bid}^q(0, T) = \frac{Spot_{Bid}}{F_{Bid}(0, T)} \times DF_{Ask}^b(0, T), \quad (17)$$

$$DF_{Ask}^q(0, T) = \frac{Spot_{Ask}}{F_{Ask}(0, T)} \times DF_{Bid}^b(0, T). \quad (18)$$

## 5.1 Funkcje generująca krzywą zagraniczną

### 5.1.1 FOR\_curve\_constr()

**Dane wejściowe:**

*FX\_rate; start\_date; DSD\_Bid; DSD\_Ask; CURR\_DOM; CURR\_FOR; CURR\_PAIR; market\_fx*

**Parametry:**

**Wynik działania funkcji:**

*DSF\_Bid, DSF\_Ave, DSF\_Ask* - tablice czynników dyskontowych dla stóp *bid*, *ave* i *ask* odpowiednio. Tablice zwracane są w postaci zmiennych oraz zapisywane do pliku

**Opis działania funkcji:**

Funkcja wylicza czynniki dyskontowe na podstawie danych określonych w tablicy *market\_fx* oraz tablic *DSD\_Bid* i *DSD\_Ask* stosując metody opisane we wstępie do rozdziału. Tablica *DSF\_Ave* jest liczona jako średnia z tablic *DSF\_Bid* i *DSF\_Ask*. Następnie wygenerowane tablice zwracane są w postaci zmiennej oraz zapisywane do plików *DSF\_Bid.m*, *DSF\_Ave.m* i *DSF\_Ask.m*.

### 5.1.2 base\_curr(CURR\_FOR, CURR\_DOM)

**Dane wejściowe:**

**Parametry:**

*CURR\_FOR; CURR\_DOM*

**Wynik działania funkcji:**

Kod waluty będącej walutą bazową w kwotowaniu pary walutowej

**Opis działania funkcji:**

Funkcja dla wprowadzonej pary walut, określa która waluta jest walutą bazową według standardów rynkowych. Identyfikacja waluty bazowej odbywa się poprzez porównanie walut z tabelą: {*EUR, GBP, AUD, NZD, USD, CAD, CHF, NOK, SEK, DKK, CZK, PLN, TRY, MXN, JPY*}. Waluta, która zajmuje wcześniejsze miejsce w tabeli jest walutą bazową dla danej pary walutowej. Przykładowo wywołanie funkcji *base\_curr("GBP", "TRY")* zwróci *GBP* jako walutę bazową w kwotowaniu pary walutowej *GBP/TRY*.

### 5.1.3 convert\_tables()

**Dane wejściowe:**

*CURR\_FOR, CURR\_DOM, DSD\_Bid, DSD\_Ave, DSD\_Ask, DSF\_Bid, DSF\_Ave, DSF\_Ask.*

**Parametry:****Wynik działania funkcji:**

Tworzone są pliki *DSB\_Bid*, *DSB\_Ave*, *DSB\_Ask* zawierające czynniki dyskontowe dla waluty bazowej, oraz pliki *DSQ\_Bid*, *DSQ\_Ave*, *DSQ\_Ask* zawierające czynniki dyskontowe dla waluty niebazowej (waluty kwotowania).

**Opis działania funkcji:**

Rozpoznawana jest waluta bazowa oraz waluta niebazowa. Na tej podstawie tworzone są odpowiednie pliki przez przepisanie odpowiednich tablic obliczonych dla *CURR\_FOR* i *CURR\_DOM*.

## 6 Opis metod interpolacji

Budując krzywą czynników dyskontowych, niejednokrotnie konieczne jest zastosowanie interpolacji (ekstrapolacji). Konkretna metoda jest określana globalnie przez użytkownika za pomocą zmiennej *interp\_method*. W celu uproszczenia opisu, przyjmijmy, że dokonujemy interpolacji (ekstrapolacji) w punkcie  $(t, y_t)$  z uwzględnieniem punktów węzłowych  $(x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$ . Użytkownik ma do dyspozycji następującą metodę interpolacji:

### 6.1 Interpolacja liniowa

Interpolacja dokonywana jest na podstawie poniższego wzoru:

$$y_t = \frac{t - x_i}{x_{i+1} - x_i} y_{i+1} + \frac{x_{i+1} - t}{x_{i+1} - x_i} y_i, \quad t \in [x_i, x_{i+1}] \quad (19)$$

w przypadku ekstrapolacji wzór ten wygląda następująco:

$$y_t = \frac{t - x_{n-1}}{x_n - x_{n-1}} y_n + \frac{x_n - t}{x_n - x_{n-1}} y_{n-1}, \quad t \in (x_n, \infty) \quad (20)$$

oraz

$$y_t = \frac{t - x_1}{x_2 - x_1} y_2 + \frac{x_2 - t}{x_2 - x_1} y_1, \quad t \in (-\infty, x_1) \quad (21)$$

Powyższa metoda może zostać zastosowana w różny sposób, wyróżniamy następujące podejścia:

◇ **Linear on Discount Factors**

Współzrędnymi węzłów są ułamki roku oraz odpowiadające im czynniki dyskontowe

◇ **Linear on Spot Rates**

Współzrędnymi węzłów są ułamki roku oraz odpowiadające im stopy procentowe kapitalizowane w sposób ciągły



◇ **Linear on Logarithm of Rates**

Współrzędnymi węzłów są ułamki roku oraz odpowiadające im logarytmy stóp procentowych kapitalizowanych w sposób ciągły

## 6.2 Metoda RAW

Następująca metoda jest równoważna interpolacji liniowej na logarytmach czynników dyskontowych, przy czym zastosowane jest inne podejście do ekstrapolacji. Gdy  $t \in [x_i, x_{i+1}]$  to wynik interpolacji otrzymujemy z poniższego wzoru:

$$y_t = y_i^{1-\tau} y_{i+1}^\tau, \quad \tau = \frac{t - x_i}{x_{i+1} - x_i}. \quad (22)$$

ekstrapolacja zaś określona jest następująco:

$$y_t = y_n^{t/x_n}, \quad t > x_n \quad (23)$$

W przypadku tej metody przyjmujemy, że współrzędnymi punktów węzłowych są ułamki roku i czynniki dyskontowe.

## 6.3 Natural Cubic Spline

W tej metodzie przyjmujemy, że struktura stóp procentowych opisana jest za pomocą funkcji  $S$  sklejanej trzeciego stopnia tzn. takiej, która na każdym z przedziałów  $[x_i, x_{i+1}]$  jest wielomianem  $S_i$  trzeciego stopnia. Ze względu na fakt, iż funkcji tego typu jest nieskończenie wiele, narzucamy następujące ograniczenia:

- (a) funkcja  $S$  musi być ciągła i przyjmować dokładne wartości w punktach węzłowych, co zapewnia nam warunek  $S_{i-1}(x_i) = y_i = S_i(x_{i+1})$  dla  $2 \leq i \leq n-1$ .
- (b) pochodna  $S'$  musi być ciągła, co gwarantuje warunek  $S'_{i-1}(x_i) = S'_i(x_{i+1})$  dla  $2 \leq i \leq n-1$ .
- (c) druga pochodna  $S''$  musi być ciągła, czyli  $S''_{i-1}(x_i) = S''_i(x_{i+1})$  dla  $2 \leq i \leq n-1$
- (d) rozważamy naturalną funkcję sklejaną, czyli  $S''(x_1) = S''(x_n) = 0$

W sumie wielomiany  $S_i$  mają  $4n$  współczynników, a powyższe warunki zapewniają nam  $4n$  równań, więc funkcja  $S$  jest określona w sposób jednoznaczny. Zauważamy, że funkcja  $S''$  odpowiada liniowej interpolacji, zatem wprowadzając oznaczenia  $S''(x_i) = z_i$  mamy:

$$S''_i(t) = \frac{t - x_i}{h_i} z_{i+1} + \frac{x_{i+1} - t}{h_i} z_i, \quad h_i = x_{i+1} - x_i \quad (24)$$

Całkując obustronnie powyższy wzór i korzystając z ciągłości  $S''$  otrzymujemy:

$$S_i(t) = \frac{z_i}{6h_i} (x_{i+1} - t)^3 + \frac{z_{i+1}}{6h_i} (t - x_i)^3 + \left( \frac{y_{i+1}}{h_i} - \frac{z_{i+1}h_i}{6} \right) (t - x_i) + \left( \frac{y_i}{h_i} - \frac{z_i h_i}{6} \right) (x_{i+1} - t) \quad (25)$$

Pozostaje jedynie znaleźć wartości  $z_i$ . Wprowadźmy oznaczenia:

$$u_i = 2(h_{i-1} + h_i), \quad b_i = \frac{6}{h_i}(y_{i+1} - y_i), \quad v_i = b_i - b_{i-1} \quad (26)$$

Wówczas z warunków ciągłości pochodnej otrzymujemy następujący układ równań:

$$\begin{bmatrix} u_1 & h_1 & & & & \\ h_1 & u_2 & h_2 & & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & & \\ & & h_{n-3} & u_{n-2} & h_{n-2} & \\ & & & h_{n-2} & u_{n-1} & \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_{n-2} \\ z_{n-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_{n-2} \\ v_{n-1} \end{bmatrix} \quad (27)$$

Taki układ z macierzą trójdziagonalną możemy łatwo rozwiązać za pomocą następującego wariantu metody Gaussa:

**Forward loop:**

```
for i=2 to n-1
    u(i)=u(i)-h(i-1)^2/u(i-1)
    v(i)=v(i)-h(i-1)v(i-1)/u(i-1)
end
```

**Backward loop:**

```
for i=n-1 to 2
    z(i)=(v(i)-h(i)z(i+1))/u(i-1)
end
```

Ostatecznie dla  $t \in [x_i, x_{i+1}]$  mamy  $S = S_i$ , zaś gdy  $t \in (x_n, \infty)$  to  $S = S_n$ .

## 6.4 B-Spline

B-splinem stopnia  $d$  nazywamy funkcję określoną wzorem:

$$f(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} f_k B_k^{(d)}(t), \quad (28)$$

gdzie  $f_k$  to współczynnik a  $B_k^{(d)}(t)$  jest wartością  $k$ -tego spline'u stopnia  $d$  w punkcie  $t$  zdefiniowaną rekurencyjnie w następujący sposób:

$$B_k^{(d)}(t) = \frac{t - t_k}{t_{k+d} - t_k} B_k^{(d-1)}(t) + \frac{t_{k+d+1} - t}{t_{k+d+1} - t_{k+1}} B_{k+1}^{(d-1)}(t) \quad (29)$$

oraz  $B_k^{(0)}(t) = \mathbb{1}_{[t_k, t_{k+1})}(t)$ . Warto zauważyć, że funkcje spline'owe  $B_k^{(d)}(t)$  są nieujemne oraz dla każdego  $t$  zachodzi  $\sum_{k=-\infty}^{\infty} B_k^{(d)}(t) = 1$ . Funkcje te nazywamy podstawą krzywej B spline'owej.

W programie przyjęto, że stopień B-spline'ów wynosi  $d = 3$  (ale odpowiednie funkcje są napisane dla spline'ów dowolnego stopnia i spline'y innego stopnia mogą być łatwo zaimplementowane). Zaimplementowany algorytm (funkcja *bsp\_basis*)

służący do liczenia poszczególnych elementów podstawy krzywej B spline'owej jest równoważny obliczaniu  $B_k^{(3)}(t)$  ze wzoru:

$$B_k^{(3)}(t) = \sum_{j=k}^{k+4} \left( \prod_{i=k, i \neq j}^{k+4} \frac{1}{t_i - t_j} \right) (t - t_j)_+^3. \quad (30)$$

Niech  $\Psi$  będzie macierzą wartości współczynników podstawy krzywej B spline'owej w punktach (wektor  $x$ ), dla których znamy wartości szukanej funkcji  $f$  (wektor  $y$ ). Czyli  $\Psi(i, j) = B_j^{(3)}(x_i)$ , w  $j$ -tych węzłach (niech będzie ich  $m$ ) i dla  $i$ -tych wartości wektora  $x$ . Aby znaleźć wartość krzywej czynników dyskontowych  $f(t)$  w punkcie  $t$  wyznacza się stałe współczynniki  $f_k$  ze wzoru (28). Wektor tych współczynników oznaczono przez  $f_{szukane}$ . Otrzymuje się je w wyniku zminimalizowania wyrażenia  $\|y - \Psi f_{szukane}\|$  przy założeniu, że  $\sum_{i=1}^m f_i B_i^{(3)}(0) = 1$ . Operacja ta daje rozwiązanie w postaci:

$$f_{szukane} = \lambda + \frac{(\Psi' \Psi)^{-1} W'}{W (\Psi' \Psi)^{-1} W'} (1 - W * \lambda), \quad (31)$$

gdzie  $W = (B_1^{(3)}(0), \dots, B_m^{(3)}(0))$ , oraz  $\lambda = (\Psi' \Psi)^{-1} \Psi' y$ .

Po wyznaczeniu wartości  $f_k$  można łatwo wyinterpolować szukane wartości krzywej czynników dyskontowych zgodnie ze wzorem (28).

## 6.5 Funkcje interpolujące

### 6.5.1 addinterp(t, DS)

**Dane wejściowe:**

*interp\_method*

**Parametry:**

$t$  - wektor zawierający ułamki roku w których poszukiwany jest wynik interpolacji;  $DS$  - macierz zawierająca w pierwszej kolumnie ułamek roku, w drugiej odpowiadającą mu wartość czynnika dyskontowego

**Wynik działania funkcji:**

Wektor czynników dyskontowych odpowiadających czasom określonym w  $t$

**Opis działania funkcji:**

Funkcja dzieli tablicę  $DS$  na dwa wektory  $x$  i  $y$ , a następnie w zależności od wartości zmiennej *interp\_method*, odwołuje się do określonej funkcji interpolującej

### 6.5.2 linear\_interp(t, x, y)

**Dane wejściowe:**

**Parametry:**

$t$  - wektor zawierający ułamki roku w których poszukiwany jest wynik interpolacji;  $x$  - wektor zawierający pierwsze współrzędne węzłów;  $y$  - wektor zawierający drugie współrzędne węzłów

**Wynik działania funkcji:**

Wektor z wyinterpolowanymi wartościami, odpowiadającymi czasom określonym w  $t$

**Opis działania funkcji:**

Funkcja dokonuje interpolacji liniowej opierając się o wzory opisane we wstępie do rozdziału

**6.5.3 raw\_interp(t, x, y)****Dane wejściowe:****Parametry:**

$t$  - wektor zawierający ułamki roku w których poszukiwany jest wynik interpolacji;  
 $x$  - wektor zawierający pierwsze współrzędne węzłów;  $y$  - wektor zawierający drugie współrzędne węzłów

**Wynik działania funkcji:**

Wektor z wyinterpolowanymi wartościami, odpowiadającymi czasem określonym w  $t$

**Opis działania funkcji:**

Funkcja dokonuje interpolacji metodą raw opierając się o wzory opisane we wstępie do rozdziału

**6.5.4 ncubs\_interp(t, x, y)****Dane wejściowe:****Parametry:**

$t$  - wektor zawierający ułamki roku w których poszukiwany jest wynik interpolacji;  
 $x$  - wektor zawierający pierwsze współrzędne węzłów;  $y$  - wektor zawierający drugie współrzędne węzłów

**Wynik działania funkcji:**

Wektor z wyinterpolowanymi wartościami, odpowiadającymi czasem określonym w  $t$

**Opis działania funkcji:**

Funkcja dokonuje interpolacji przy pomocy naturalnej funkcji sklejaney, metodą opisaną we wstępie do rozdziału

**6.5.5 bsp\_basis(k,p,t,x)****Dane wejściowe:****Parametry:**

$k$  - stopień spline'u;  $p$  - indeks spline'u (numer węzła od którego B-spline się zaczyna);  $t$  - wektor zawierający ułamki roku, w których wyznaczane są wartości  $p$ -tego B-spline'u;  $x$  - wektor zawierający węzły interpolacji B-spline wyrażone jako ułamki roku

**Wynik działania funkcji:**

Wektor wartości  $p$ -tego B-spline'u w punktach odpowiadających czasem określonym w  $t$

**Opis działania funkcji:**

Funkcja korzysta ze wzoru na podstawie B-spline'u (wzór (29) w opisie interpolacji) i zwraca szukaną wartość.

### 6.5.6 bspline\_interp(t,x,y,deg)

**Dane wejściowe:**

**Parametry:**

$t$  – wektor zawierający ułamki roku w których poszukiwany jest wynik interpolacji;  $x$  – wektor zawierający współrzędne węzłów;  $y$  – wektor zawierający wartości funkcji w punktach węzłów  $x$ ;  $deg$  – stopień B-spline'ów używany przy interpolacji (jeśli ta wartość nie jest podana, to przyjmuje się, że  $deg = 3$ ).

**Wynik działania funkcji:**

Wektor z wyinterpolowanymi wartościami, odpowiadającymi czasem określonym w  $t$

**Opis działania funkcji:**

Funkcja dokonuje interpolacji przy pomocy B-splinów, metodą opisaną we wstępie do rozdziału.

## 7 Czynniki dyskontowe i stopy forward

Czynnik dyskontowy forward wyliczany jest ze wzoru

$$DF(t, T_0, T) = \frac{DF(t, T)}{DF(t, T_0)} \quad (32)$$

opisuje on czynnik dyskontowy obserwowalny w chwili  $t$ , który sprowadza do chwili  $T_0$  przepływ pieniężny występujący w chwili  $T$ .

Stopa forward natomiast jest wyliczana ze wzoru

$$f(t, S, T) = \frac{1}{T - S} \left( \frac{DF(t, S)}{DF(t, T)} - 1 \right) \quad (33)$$

### 7.1 Funkcje wyznaczające czynniki dyskontowe i stopy forward

#### 7.1.1 DF\_pom(t, DS)

**Dane wejściowe:**

$start\_date$

**Parametry:**

$t$  - wektor frakcji roku;  $DS$  - tablica czynników dyskontowych, do wyboru:  $DSB\_Bid$ ,  $DSB\_Ave$ ,  $DSB\_Ask$ ,  $DSQ\_Bid$ ,  $DSQ\_Ave$ ,  $DSQ\_Ask$ .

**Wynik działania funkcji:**

Wektor czynników dyskontowych odpowiadających czasem  $t$ .

**Opis działania funkcji:**

Funkcja w oparciu o określoną tablicę czynników dyskontowych, zwraca czynniki dyskontowe odpowiadające czasem określonym w  $t$ . Funkcja korzysta z funkcji  $ad\_dinterp()$ .

### 7.1.2 DF(date0, date, DS)

**Dane wejściowe:**

*start\_date*

**Parametry:**

*date0* - data w konwencji dd-mm-yyyy oznaczająca datę na którą chcemy policzyć czynnik dyskontowy; *date* - tablica zawierająca daty na które chcemy uzyskać czynniki dyskontowe; *DS* - tablica czynników dyskontowych.

**Wynik działania funkcji:**

wektor czynników dyskontowych forward opisanych jak wyżej w części teoretycznej:

$DF(start\_date, date0, dates\{1\}), \dots, DF(start\_date, date0, dates\{n\})$ .

**Opis działania funkcji:**

Funkcja oblicza czynniki dyskontowe forward zgodnie ze wzorem zamieszczonym we wstępie do rozdziału. Przykład wywołania funkcji:  $x=DF("31-May-2010", \{"17-Aug-2010", "20-Dec-2011"\}, DSD\_Bid)$ . Funkcja zwróci nam wektor czynników dyskontowych dostępnych na dzień 31 maja 2010 r. Odwołanie  $x(1)$  zwraca nam czynnik dyskontowy z 17 sierpnia 2010 r. wyznaczony na dzień 31 maja 2010 r. Wybierając  $x(2)$  uzyskamy czynnik dyskontowy na dzień 31 maja 2010 r. z dnia 20 grudnia 2011 r. (wartość w dniu 31 maja 2010 r. 1 zł wypłaconej w dniu 20 grudnia 2011 r.). Funkcja korzysta z *DF\_pom*.

### 7.1.3 FR(date0, dates1, dates2, DS)

**Dane wejściowe:**

**Parametry:**

*date0* - data w konwencji dd-mm-yyyy oznaczająca datę na którą chcemy policzyć stopę forward; *dates1* - tablica złożona z dat w standardowej konwencji, oznaczających początki okresów na które chcemy mieć liczoną stopę forward; *dates2* - tablica złożona z dat w standardowej konwencji, oznaczających końce okresów na które chcemy mieć liczoną stopę forward; *DS* - tablica czynników dyskontowych.

**Wynik działania funkcji:**

wektor złożony ze stóp forward  $f(date0, dates1\{1\}, dates2\{1\}), \dots, f(date0, dates1\{n\}, dates2\{n\})$ ;

**Opis działania funkcji:**

Funkcja jako swoje parametry musi posiadać *date0* - czyli datę z perspektywy której wyznaczone są stopy forward. Tablice *dates1* i *dates2* muszą być równoliczne, daty początku i końca okresu dla danej stopy powinny być na tych samych miejscach w dwóch tablicach. Zakładamy, że daty początku i końca okresu są w odpowiednim porządku. Stopy forward wyznaczamy ze wzoru podanego we wstępie do rozdziału. Przykład wywołania funkcji:  $x=FR("31-May-2010", \{"31-May-2010", "13-Jan-2011"\}, \{"31-May-2011", "20-Aug-2011"\}, DSD\_Bid)$ . Funkcja zwróci nam wektor stóp forward na dzień 31 maja 2010 r. Odwołanie  $x(1)$  zwraca nam roczną stopę procentową, zaś  $x(2)$  zwraca nam stopę forward obowiązującą pomiędzy datami 13 stycznia 2011 r. a 20 sierpnia 2011 r. wyliczoną w dniu 31 maja 2010 r.

#### 7.1.4 DS\_conv(date, DS)

**Dane wejściowe:**

**Parametry:**

*date* - data w formacie dd-mm-yyyy; *DS* - tablica czynników dyskontowych.

**Wynik działania funkcji:**

Numer wiersza zawierający konwencję DCC, stosowaną dla daty *date*.

**Opis działania funkcji:**

Funkcja pomocnicza, umożliwiająca zidentyfikowanie konwencji obowiązującej w okresie, w którym znajduje się data *date*.

## Literatura

- [1] Hagan P., West G., *Interpolation methods for curve construction*, Applied Mathematical Finance 2006.
- [2] Kincaid D., Cheney W., *Analiza Numeryczna*, WNT 2002.
- [3] Filipowicz D., *Interest rate models, 4. Estimating the yield curve*, Bank of Canada 2000.
- [4] Ron U., *A practical guide to swap curve construction*, Bank of Canada 2000.
- [5] Andrew Lesniewski, *Interest rates and FX models 1. The Forward Curve*, Courant Institute of Mathematics, New York University 2011.
- [6] Finance Trainer, *Outrights/FX swaps*, [http://www.financetrainer.com/fileadmin/inhalte/TOOLS\\_SKRIPTEN/0102\\_forwarde.pdf](http://www.financetrainer.com/fileadmin/inhalte/TOOLS_SKRIPTEN/0102_forwarde.pdf).