

Constructing Trusted Code Base V

Aleksy Schubert & Jacek Chrzęszcz



Coq - inductive definitions - Introduction tactics

- apply c_i
- constructor i
- constructor
- left, right = constructor 1, constructor 2
(if there are only 2 constructors)
- split = constructor 1 = constructor
(if there are only 1 constructor)
- exists t = split with t
(if there are only 1 constructor)

Destruction tactics

- `destruct`
- `simple destruct`
- `case (basic)`

- `intros (H1,H2)` — “conjunction”
- `intros [H1|H2]` — “disjunction”

Induction tactics

- induction
- simple induction
- elim (basic)
- elimtype

For mutually inductive types automatic lemmas are good for nothing.

To generate good ones use:

```
Scheme id1 := Induction for  $I_i$  Sort  $s_1$   
with ...
```

```
id $n$  := Induction for  $I_n$  Sort  $s_n$ 
```

or non-dependent version:

```
Scheme id1 := Minimality for  $I_i$  Sort  $s_1$   
with ...
```

```
id $n$  := Minimality for  $I_n$  Sort  $s_n$ 
```

Equality inductive type

- Leibniz equality `eq`
- direct proving: reflexivity or `split` or constructor or `apply eq_refl`
- proving: symmetry, transitivity
- use: `rewrite`, `rewrite <-`, `subst`, `replace`

Inductive types and equality

- $0=1 \rightarrow ?$ `discriminate`
- $S\ x = S\ y \rightarrow x = y ?$ `injection`
- either one: `simplify_eq`

Advanced destruction

How this could happen ?

- `inversion`
(conclusions from (Even n) and discriminate and injection)
- `inversion_clear`
(as above, but does some cleaning)
- `dependent inversion`
(if the destructed name occurs in the “goal”)

Taktyki konwersji

- `unfold ld` lub `unfold ld at num1 ... numn` lub `unfold "symb"`
rozwija (niektóre) wystąpienia *ld* lub *symb* i $\beta\iota$ normalizuje
- `fold term`
zwija formę $\beta\iota\zeta$ normalną *termu*
- `simpl` lub `simpl ld` lub `simpl term`
rozwija definicje o ile da się po niej wykonać ι redukcję, β normalizuje, następnie zwija fixpoint z powrotem do stałej
- `red`
rozwija stałą w głowie termu (pod produktem) i $\beta\iota\zeta$ normalizuje
- `hnf` — normalizacja, ale nie wchodzi pod produkt
- `compute` lub `cbv` lub `lazy`
oblicza formę normalną używając tej lub innej strategii
- warianty: `cbv delta [Id1 Id2]` `iota zeta`
lub `lazy beta delta -[Id1 Id2]`

Taktyki konwersji (c.d.)

- change *term* lub
change *term*₁ with *term*₂ lub
change *term*₁ at *num*₁ ... *num*_{*i*} with *term*₂ lub
change ... in *ident*
zmienia cel/hipotezę na konwertowalny
- pattern *term* lub
pattern *term* at *num*₁ ... *num*_{*n*} lub
pattern *term* at - *num*₁ ... *num*_{*n*}
zastępuje cel postaci $\phi(\textit{term})$ w $((\textit{fun } x:A \Rightarrow \phi(x))$
term).

Taktyki automatyczne

auto lub auto n lub auto with $baza_1 \dots baza_n$ lub auto with *

Korzysta z „bazy” lematów próbując robić nimi apply, czasami unfold, assumption oraz intro. Postępuje wgłąb, na głębokość 5 lub n , kierując się stałą w głowie celu oraz kosztem akcji.

- Hint Resolve id lub Hint Resolve $id_1 \dots id_n : baza$
dodaje lematy do „bazy”; koszt to liczba generowanych celów
- Hint Unfold id lub ...
dodaje informację, że daną stałą należy rozwijać; koszt to 4
- Hint Constructors I lub ...
dodaje wszystkie konstruktory typu indukcyjnego I
- Print Hint lub Print Hint id lub Print Hint *
wypisuje hinty dostępne dla stałej w głowie bieżącego celu, dla stałej id lub wszystkie.
- Create HintDb $baza$ oraz Print HintDb $baza$
tworzy / wypisuje zawartość „bazy”

Taktyki automatyczne (c.d.)

auto i spółka

- `trivial` lub `trivial with ...`
nierekurencyjna wersja `auto`, próbująca tylko akcji o koszcie 0
- `Hint Immediate Id` lub ...
jak `Hint Resolve`, ale żądamy, żeby wszystkie wygenerowane cele były rozwiązywalne przez `trivial` — do lematów, które można by stosować wiele razy
- `eauto ...` pozwala na używanie zmiennych egzystencjalnych (np. tranzytywność równości) — zwykle działa dłużej niż `auto`, czasem lepiej
- `Hint Extern n [pattern] => tac : baza`
pozwala na dołączenie taktyki `tac` o koszcie `n` do „bazy”.
Taktyka ta będzie próbowana o ile cel pasuje do `pattern` lub zawsze.

UŻYWAJCIE `auto`!!!!!!!!!!!!!!

Taktyki automatyczne (c.d.)

`tauto` i `intuition`. Używając systemu sekwentów Dyckhoffa:

- `tauto` udowadnia instancje zdaniowych tautologii intuicjonistycznych; rozumie spójniki logiczne, nie rozumie lematów
- `intuition` lub `intuition tac` działa jak `tauto`, ale jak już nie ma co robić, próbuje `tac` lub `auto with *`

inne:

- `firstorder` — experimentalne rozszerzenie `tauto` na logikę pierwszego rzędu
- `omega` — procedura decyzyjna dla arytmetyki Presburgera. Działa na formułach bez kwantyfikatorów zawierających spójniki logiczne, równości, nierówności, różności, `+`, `-`, `*`, `pred`, `S`, `O` i stałe liczbowe dla `nat` oraz `Z`. Wymaga `Require Import Omega`.
- `ring` — dowodzi równości wielomianów