

---

1.

Wyznacz kresy (sup i inf) poniższych zbiorów

1.  $A = \left\{ \frac{7x+9y}{9x+7y}, x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}, x \geq 1, y \geq 1 \right\}$

2.  $B = \left\{ \frac{7n+9m}{9n+7m}, x \in \mathbb{N}, y \in \mathbb{N} \right\}$

---

2.

Wyznacz kresy (sup i inf) poniższych zbiorów

1.  $A = \left\{ \frac{2013}{1 + \epsilon + \frac{1}{\epsilon}}, 0 < \epsilon < 1 \right\}$

2.  $B = \left\{ \frac{2^{m+n}}{2^{2m} + 2^n + 2^{2n}}, n \in \mathbb{N}, m \in \mathbb{N} \right\}$

---

3.

Znajdź kresy zbioru

$$A = \left\{ \frac{2mn}{m^2 + 2n^2}, n \in \mathbb{N}, m \in \mathbb{N} \right\}$$

---

4.

Znajdź następujące granice przy pomocy Mathematici oraz ręcznie.

(a)  $\frac{n \binom{9^n}{9}}{1,0000001^n}$

(b)  $\frac{(n-7)^{100}}{(n+7)^{101}}$

(c)  $\frac{7^n + 6^n - n^{1000}}{(7,1)^n - 7^n + n^{1001}}$

(d)  $\frac{100^n + n! - \sqrt{n!}}{n! - 200^n}$

(e)  $(1,00001 - \frac{1}{n})^n$

(f)  $(1 + \frac{1}{n^2})^n$

(g)  $(0,9999 + \frac{1}{n})^n$

(h)  $(1 + \frac{1}{n})^{n^2}$

(i)  $\sqrt[n]{n^{100}}$

(j)  $\sqrt[3]{7^n + 3^n}$

(k)  $\sqrt[3]{7^n - 3^n}$

(l)  $\sqrt[n]{n!}$

(m)  $\sqrt[n]{n! - 100^n}$

(n)  $\sqrt{n^2 + n} - n$

(o)  $\frac{n^n}{n!}$

(p)  $\frac{10}{1} \cdot \frac{11}{3} \cdot \dots \cdot \frac{n+9}{2n-1} (= \prod_{k=1}^n \frac{k+9}{2k-1})$

(q)  $\prod_{k=2}^n (1 - \frac{1}{k^2})$