**Równania różniczkowe zwyczajne – ćwiczenia 8**

27 marca 2013

**1.** Udowodnić prostszą wersją twierdzenia Picarda-Lindelöfa o istnieniu i jednoznaczności rozwiązania zagadnienia Cauchy'ego

$$\dot{x} = f(x,t),$$

$$x(0) = x_0,$$

gdzie $x \in \mathbb{R}$, $t \in [-T,T]$
przy założeniu, że $f$ ciągła i istnieje stała $L$, że dla każdego $t \in [-T,T]$, $x, y \in \mathbb{R}$

$$|f(y,t) - f(x,t)| \leqslant L \cdot |y - x|$$

.

Wskazówka: skorzystać z twierdzenia Banacha o kontrakcji w przestrzeni funkcji ciągłych na $\mathbb{R}$ z normą Bieleckiego $\|x\| = \sup_{t\in[-T,T]} |x(t)e^{a|t|}|$ dla $a = -2L$.