

Równania różniczkowe zwyczajne – ćwiczenia 5

12 marca 2013

1. Rozwiązać równania Bernoulliego:

a) $\dot{x} = -x - x^2 \sin t$;

b) $\dot{x} + x + t\sqrt{x} = 0$;

c) $\dot{x} = tx + t^3x^2$;

d) $y' \cdot e^{-t} + 2y \cdot e^{-t} = y^2$ przy $y(0) = \frac{1}{2}$.

2. Znaleźć krzywe, dla których odcinek odcięty przez styczną na osi OY jest równy kwadratowi rzędnej punktu styczności.

3. Rozważmy równanie, zwane równaniem Ricattiego,

$$\dot{x} = p(t)x^2 + q(t)x + r(t).$$

Niech \tilde{x} będzie rozwiązaniem szczególnym tego równania.

Pozkazać, że

a) podstawienie $y = x - \tilde{x}$, sprowadza równanie do równania Bernoulliego o wykładniku 2;

b) podstawienie $\frac{1}{y} = x - \tilde{x}$, sprowadza równanie do równania liniowego.

4. Rozwiązać równania Ricattiego, wiedząc, że całką szczególną jest

a) $\dot{x} = x^2 - tx - x$, $\tilde{x} = ax + b$;

b) $\dot{x} = \frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{t^2}$, $\tilde{x} = \frac{a}{t}$;

c) $\dot{x} = tx^2 - \frac{2t^2+1}{t}x + \frac{t^2+1}{t}$, $\tilde{x} = 1$. 5. Rozwiązać równania Ricattiego, zgadując pewną całkę szczególną.

a) $\dot{x} = x^2 - (4t + 1)x + 4t^2 + 2t + 2$;

b) $\dot{x} = t^2 + 1 - x^2$.