

Równania różniczkowe zwyczajne – ćwiczenia 4

6 marca 2013

1. Wiadomo, że szybkość zmian temperatury T danego ciała jest proporcjonalna do różnicy między temperaturą tego ciała i temperaturą otoczenia \bar{T} (prawo Newtona).

W chwili zero temperatura ciała wynosiła 100°C , przy temperaturze otoczenia 20° . Po 10 minutach temperatura ciała spadła do 60°C (przy niezmienniej temperaturze otoczenia). Po ilu minutach spadnie do 25°C ?

2. Ciało zamordowanego znaleziono o godzinie 19.30. Lekarz, który przybył na miejsce morderstwa o 20.20 natychmiast zmierzył temperaturę ciała denata. Wynosiła $32,6^{\circ}\text{C}$. Godzinę później, gdy ciało zabierano do kostnicy, jego temperatura wynosiła $31,4^{\circ}\text{C}$. W tym czasie temperatura w pomieszczeniu wynosiła 21°C . Podejrzany o morderstwo twierdzi, że jest niewinny i posiada alibi – był wówczas w restauracji. Wyciąg z operacji na jego karcie kredytowej świadczy, że zapłacił o godzinie 17, a kelner twierdzi, że natychmiast po zapłaceniu wyszedł. Wiedząc, że minimalny czas przejścia od restauracji do domu zamordowanego to 5 minut, zdecydować, czy alibi jest niepodważalne (przyjmując mniej więcej stałą temperaturę w mieszkaniu w ciągu dnia).

3. Śledczy z poprzedniego zadania dotarli do informacji, że zamordowany był o 16 w dniu zabójstwa u lekarza i ten stwierdził podwyższoną temperaturę ciała – $38,3^{\circ}\text{C}$. Choroba dopiero się rozwijała, więc można przyjąć, że temperatura ciała denata w chwili śmierci nie była niższa niż zmierzona u lekarza. Jak zmienia to odpowiedź w zadaniu 2?

4. Plotka rozprzestrzenia się z prędkością proporcjonalną do iloczynu liczby osób, które już ją słyszały i pozostałych. Na wydziale MIM jest 1000 studentów. Kiedy ostatnio pojawiła się plotka, o której początkowo wiedziało 5 studentów, po jednym dniu było ich 10. Ile czasu potrzeba, żeby o plotce dowiedziało się 850 studentów?

5. Znaleźć rozwiązania ogólne równań liniowych:

a) $tx' + 2x = 3t$,

b) $\dot{x} + x \cos t = 0$,

c) $y' \sin x - y = 1 - \cos x$,

d) $x' + x = te^t$.