

Równania różniczkowe zwyczajne – ćwiczenia 10

3 kwietnia 2013

1. Uzupełnić dowód twierdzenia Liouville'a.
2. Obliczyć e^{At} dla
 - a) $A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 2 & -2 & 2 \\ 2 & 2 & -2 \end{bmatrix}$;
 - b) $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$;
 - c) $A = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$.
3. Wahadło z tarciem z przybliżeniem małych drgań $x'' = -x - kx'$ dla $k = 2$. Zapisać zaganienie macierzowo i rozwiązać.
4. Podać przykład macierzy A i wektorów $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{R}^3$ takiej, że
$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|e^{At}x_1\| = +\infty;$$
$$0 < \lim_{t \rightarrow \infty} \|e^{At}x_2\| < +\infty;$$
$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|e^{At}x_3\| = 0.$$