

Egzamin z mikroekonomii

4 luty 2011

1. Obliczyć niejawną funkcję użyteczności, funkcję wydatków i odwzorowania popytu zwykle i Hicksa dla konsumenta o funkcji użyteczności

$$u(x_1, x_2) = (x_1^a + x_2^a + 2011)^b, \text{ gdzie } a > 1, b > 0.$$

(Uwaga!!!)

2. Firma "Czysta gmina" ma funkcję produkcji $f(z_1, z_2)$ spełniającą standartowe założenia modelu producenta. Od roku 2009 może ona świadczyć usługi w ramach podpisanej umowy, w której wielkość produkcji w każdym roku to ustalone \bar{y} .

a) Jakie własności ma funkcja $c(\cdot, \bar{y})$?

b) W roku 2009, przy cenach czynników (1, 2), koszt był równy 10, a w roku 2010, przy cenach czynników (2, 1), koszt był równy 20. Obecnie ceny obu czynników są równe 1.

Oszacować z góry i dołu obecny koszt produkcji (korzystając z a).

3. Dla firmy o funkcji produkcji $f(z_1, z_2) = \sqrt[4]{z_1^2 + z_2^2}$ zbadać przychody skali, obliczyć funkcje zysku i kosztów oraz uogólnione odwzorowanie podaży i odwzorowanie warunkowego popytu na czynniki produkcji.

4. Firma ma dwie fabryki o jednakowej funkcji produkcji f i ceny czynników w obu lokalizacjach są jednakowe.

Udowodnić, że jeśli f jest ściśle wklęsła, to firma podzieli produkcję po równo, a jeśli ściśle wypukła, to cała produkcja będzie w jednej fabryce.

Co możemy pokazać, jeśli zamiast wypukłości/wklęsłości dysponujemy jedynie informacją o przychodach skali (malejące, rosnące lub stałe)?

5. Rynek mieszkaniowy był dotychczas dotowany przez państwo, które dopłacało do zakupu pierwszego mieszkania, dzięki czemu funkcja popytu rynkowego wynosiła $D(p) = (1010 - 10p)^+$.

W tym okresie powstało 1000 firm deweloperskich, każda z nich ma funkcję kosztów długookresowych $c(y) = y^2 - y + 1$. a) Czy rynek był w równowadze długookresowej w tej sytuacji? Jaka była cena i wielkość produkcji.

b) Obecnie państwo przestało mieszać się do gospodarki i nie dotuje zakupu pierwszego mieszkania, co zmienia funkcję popytu rynkowego na $D'(p) = (1000 - 10p)^+$.

Ponieważ proces budowy domu trwa co najmniej rok, w tym okresie już rozpoczęte

inwestycje trzeba dokończyć, a więc wielkość produkcji jest ustalona.

Ponadto, ponieważ firmy podpisały dwuletnie umowy na dzierżawę kapitału, funkcja kosztów zmienia się w drugim roku na krótkookresową $c^S(y) = (y - 1)^2 + y^2 - y + 1$. Proces upadłości firmy trwa trzy lata (w ostatnim roku możemy produkować już ze zwykłą funkcją kosztów), podobnie proces powstawania nowej firmy.

Co się będzie działo – jakie będą ceny, wielkość produkcji i wielkości zysku producentów.

- (i) w pierwszym roku
- (ii) w drugim roku
- (iii) w trzecim roku
- (iv) i później.

Jak to się ma do długości okresów rozważanych w analizie równowagi cząstkowej.

6. Firmy z zadania 5 przejął monopolista, który zamknął część z nich. Teraz działa jako jedna firma mająca 10 fabryk o funkcjach kosztów każdej z nich $c(y) = y^2 - y + 1$.

- a) Jak podzieli produkcję pomiędzy fabryki?
- b) Jaka będzie cena i łączna wielkość produkcji przy funkcji popytu rynkowego $D(p) = (1000 - 10p)^+$.

7. Stosunek Benka do ryzyka wyraża się funkcją von Neumanna-Morgensterna o funkcji użyteczności na możliwych wynikach $u(x) = \sqrt{x} + 2011$.

Jego rozsypująca się chatka jest warta 10000 zł, a działka, na której stoi również 10000. Benek ma jeszcze 200 zł gotówki.

Prawdopodobieństwo pożaru, który zniszczy chatkę, Benek szacuje na $\frac{1}{100}$.

- a) Jaki jest stosunek Benka do ryzyka? Za jaką maksymalną kwotę Benek wykupi pełne ubezpieczenie, jeśli na rynku byłyby tylko pełne ubezpieczenia?
- b) Za ile minimalnie sprzeda takie ubezpieczenie neutralny wobec ryzyka ubezpieczyciel, który tak samo ocenia ryzyko?
- c) Załóżmy teraz, że ubezpieczyciel zawsze pobiera marżę, wskutek czego cena ubezpieczenia p jest pomiędzy wartościami obliczonymi w punktach b i a.

Na rynku są jednak dowolne ubezpieczenia – można ubezpieczyć się od części $\varepsilon \in [0, 1]$ ryzyka (płacąc $\varepsilon \cdot p$ otrzymamy w razie szkody $\varepsilon \cdot$ jej wartość).

Czy Benek wybierze $\varepsilon < 1$ (odpowiedź można uzasadnić bez obliczeń)? Wyliczyć ten ε .

8. Na dwuosobową imprezę składkową Jacek przyniósł 2 piwa i 2 karpátky, a Agata 4 karpátky i 1 piwo.

Agata nie lubi popijać słodczy piwem, a Jacek nie lubi słodczy na sucho ani piwa bez zakąski, co odzwierciedlają funkcje użyteczności konsumpcji dwóch rozpatrywanych przez nas dóbr

$u^A(k, p) = \max(\frac{k}{2}, p)$ (uwaga!!!) i

$u^J(k, p) = k \cdot p$.

a) Narysować prostokąt Edgewortha. Zaznaczyć na nim alokacje indywidualnie racjonalne.

b) Zaznaczyć również alokacje optymalne w sensie Pareto.

Czy w alokacji optymalnej w sensie Pareto Agata może konsumować niezerowe ilości obu dóbr?

c) Czy można coś powiedzieć o istnieniu równowagi Walrasa korzystając z twierdzenia o istnieniu takiej równowagi?

Proszę wybrać 4 z zadań 1-6.

Zadania 7 i 8 są dodatkowe.

Czas pracy 3h.

Życzę powodzenia

Agnieszka Wiszniewska-Matyszek