

## Mikroekonomia — ćwiczenia 10

1. Wypisać funkcje produkcji dla następujących zagadnień.
  - a) Na 100 przejechanych kilometrów mój samochód pali 10 litrów gazu lub benzyny;
  - b) Tłumacz może przetłumaczyć 5 stron w godzinę, z czego przez połowę czasu używa komputera, a przez pozostały czas myśli.
2. Udowodnić stwierdzenie:  
Jeśli  $\mathbb{Y}$  wykazuje niemalejące przychody skali, to albo  $\Pi(\mathbf{p}) = 0$  przy czym  $\mathbf{0} \in \mathbf{y}(\mathbf{p})$ , albo  $\Pi(\mathbf{p}) = +\infty$  i  $\mathbf{y}(\mathbf{p}) = \emptyset$ .
3. Zbadać przychody skali i obliczyć funkcję zysku oraz uogólnione odwzorowanie podaży dla technologii o funkcji produkcji
  - a) Cobba-Douglasa  $f(z_1, z_2) = z_1^{a_1} \cdot z_2^{a_2}$  dla  $a_i > 0$ ;
  - b) technologii liniowej  $f(z_1, z_2) = z_1 \cdot a_1 + z_2 \cdot a_2$  dla  $a_i > 0$ ;
  - c) technologii Leontiewa  $f(z_1, z_2) = \min\{z_1 \cdot a_1, z_2 \cdot a_2\}$  dla  $a_i > 0$ .Obliczyć funkcję kosztów i odwzorowanie warunkowego popytu na czynniki produkcji.  
Czy, obliczywszy je najpierw, możemy obliczyć funkcję zysku i uogólnione odwzorowanie podaży znacznie łatwiej?
4. Udowodnić **Lemat Hotellinga**:  
jeśli  $\mathbf{y}$  jest jednowartościowe i różniczkowalne, osiągane dla jednoznacznie wyznaczonych  $\lambda$  i funkcja transformacji  $F$  jest różniczkowalna, to  $\Pi$  jest różniczkowalna i  $\nabla \Pi = \mathbf{y}$ .
5. Czy funkcja  $\Pi(\mathbf{p}) = p_3 - \sqrt{p_1 \cdot p_2}$  może być funkcją zysku firmy wolnokonkurencyjnej maksymalizującej zysk (sprawdzić wszystkie własności). Obliczyć (zakładając, że się da) uogólnione odwzorowanie podaży. Czy w tej technologii można wskazać jeden produkt? Czy można coś powiedzieć o przychodach skali?
6. Wyprowadzić pełne warunki konieczne dla maksymalizacji zysku w przypadku szczególnym.