

Zadania z RP 1 - 8

1. Dana jest zmienna losowa X taka, że $\mathbb{P}(X = 0) = \mathbb{P}(X = 1) = \frac{1}{4}$, $\mathbb{P}(X = -3) = \frac{1}{2}$. Obliczyć $\mathbb{E}X$, $\mathbb{E}\frac{1}{X+2}$, $\mathbb{E}\cos(\pi X)$ oraz $\text{Var } X$.
2. Zmienna losowa X ma rozkład Poissona z parametrem 2. Obliczyć $\mathbb{E}6^X$.
3. Zmienna losowa X ma rozkład z gęstością

$$g(x) = \frac{3}{8}x^2 1_{[0,2]}.$$

Obliczyć $\mathbb{E}X$, $\mathbb{E}X^{-3}$, $\mathbb{E}(1 + X^3)^{-1}$ oraz $\text{Var } X^2$.

4. Każdy bok i każdą przekątną sześciokąta foremego malujemy losowo na jeden z trzech kolorów. Wybór każdego koloru jest jednakowo prawdopodobny, kolorowania różnych odcinków są niezależne. Niech X oznacza liczbę jednobarwnych trójkątów o wierzchołkach będących wierzchołkami sześciokąta. Obliczyć $\mathbb{E}X$.

5. W urnie znajduje się 50 białych kul. Losujemy ze zwracaniem po jednej kuli, przy czym wyciągniętą kulę malujemy na czerwono, jeśli jest biała. Niech X oznacza liczbę czerwonych kul w urnie po 20 losowaniach. Wyznaczyć $\mathbb{E}X$ oraz $\text{Var } X$.

6. Rzucamy kostką aż do momentu, gdy wyrzucimy wszystkie liczby oczek. Obliczyć wartość oczekiwaną i wariancję liczby rzutów.

Zadania domowe: siódma seria

1. Zmienna losowa X ma rozkład geometryczny z parametrem $p \in (0, 1)$: $\mathbb{P}(X = k) = (1 - p)^{k-1}p$, $k = 1, 2, \dots$. Wyznaczyć $\mathbb{E}[X^{-1}]$.

2. Zmienna losowa X ma rozkład z gęstością $g(x) = 3x^{-4}1_{[1,\infty)}(x)$. Obliczyć $\text{Var } X$ oraz $\mathbb{E}\exp(X^{-3})$.

3. Kij o długości 1 złamano w punkcie wybranym losowo, z prawdopodobieństwem rozłożonym równomiernie. Obliczyć wartość oczekiwaną stosunku długości lewego kawałka do długości prawego kawałka. (*Wskazówka:* Niech X będzie punktem w którym złamano kij. Jaki rozkład ma zmienna X ?)

4. Dziesięć dziewczynek i dziesięciu chłopców ustawia się losowo w pary. Obliczyć wartość oczekiwaną liczby par złożonych z samych dziewczynek.