

Zadania z RP 1 - 6

- Zmienna losowa X ma rozkład z gęstością $g(x) = cx1_{[0,1]}(x)$.
 - Wyznaczyć c .
 - Obliczyć $\mathbb{P}(X \in [\frac{1}{2}, \frac{3}{4}])$.
 - Obliczyć $\mathbb{P}(X^2 \geq \frac{1}{16} | X \leq \frac{1}{2})$.
 - Wyznaczyć gęstość zmiennej $Y = -\ln X$.
 - Wyznaczyć rozkład zmiennej $Z = [2X]$ ($[x]$ oznacza część całkowitą liczby x).
- Zmienna losowa X ma rozkład z gęstością $g(x) = ce^{-x^2/2}$, $x \in \mathbb{R}$.
 - Obliczyć c .
 - Wyznaczyć gęstości zmiennych $Y = e^X$, $Z = X^2$.
- Zmienna losowa X ma rozkład o ciągłej i rosnącej dystrybuancie F . Wyznaczyć rozkład zmiennej $F(X)$.
- Z urny, zawierającej 20 kul ponumerowanych liczbami 1, 2, ..., 20 losujemy ze zwracaniem 10 razy po jednej kuli. Niech X oznacza najmniejszą z liczb, która pojawiła się na wyciągniętych kulach. Wyznaczyć rozkład zmiennej X .
 - Z przedziału $[1, 21]$ losujemy 10 liczb i oznaczamy najmniejszą z nich przez X . Wyznaczyć rozkład zmiennej X .
- Funkcja $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dana jest wzorem

$$F(t) = \begin{cases} 0 & \text{jeśli } t < 0, \\ at^2 + \frac{1}{5}t & \text{jeśli } 0 \leq t < 3, \\ 1 & \text{jeśli } t \geq 3. \end{cases}$$

- Dla jakich a funkcja F jest dystrybuantą pewnej zmiennej losowej?
 - Dla jakich a funkcja F jest dystrybuantą pewnej zmiennej losowej o rozkładzie z gęstością? Podać tę gęstość.
 - Założmy, że $a = 0$ i niech X będzie zmienną losową o rozkładzie z dystrybuantą F . Podać przykład dyskretnej zmiennej losowej Y takiej, że $X - Y$ ma rozkład ciągły.
- Z odcinka $[0, 1]$ wylosowano liczbę X , a następnie z odcinka $[0, 2]$ wylosowano liczbę Y . Dowieść, że zmienne $2X$ oraz Y mają ten sam rozkład.
 - Rzucamy prawidłową kostką; następnie, jeśli wypadło k oczek, losujemy liczbę Z z przedziału $[0, k]$. Wyznaczyć rozkład zmiennej Z . Czy ten rozkład ma gęstość?

Zadania domowe: piąta seria

- Zmienna losowa X ma rozkład z gęstością $g(x) = ax^31_{[0,3]}(x)$. Wyznaczyć c oraz obliczyć $\mathbb{P}(X \geq 1 | X < 2)$.
- Zmienna losowa X ma rozkład z gęstością $g(x) = ce^{-2x}1_{[0,\infty)}(x)$. Wyznaczyć c oraz gęstość zmiennej $Y = e^{-X}$.
- Z odcinka $[0, 2]$ losujemy dwie liczby X, Y . Wyznaczyć gęstość rozkładu zmiennej $Z = \max\{X, Y\}$.
- Rzucamy raz prawidłową monetą. Następnie, jeśli wypadł orzeł, losujemy liczbę z odcinka $[0, 1]$; w przeciwnym razie losujemy liczbę z przedziału $[1, 2]$.
Wiadomo, że wylosowana liczba jest mniejsza niż $\frac{3}{2}$. Jakie jest prawdopodobieństwo, że na monecie wypadła reszka?