

### Zadania z RP 1 - 3

#### UWAGA: ZADANIA DOMOWE NA DRUGIEJ STRONIE!

1. Grupa  $n$  osób ( $n \geq 3$ ), wśród których są osoby  $X$ ,  $Y$  i  $Z$ , ustawia się losowo w kolejce. Jakie jest prawdopodobieństwo tego, że
  - a)  $X$  stoi bezpośrednio przed  $Y$ , jeśli  $Y$  stoi bezpośrednio przed  $Z$ ?
  - b)  $X$  stoi przed  $Y$ , jeśli  $Y$  stoi przed  $Z$ ?
2. Z talii 52 kart losujemy 5 kart bez zwracania. Obliczyć prawdopodobieństwo tego, że mamy dokładnie 3 asy, jeżeli wiadomo, że
  - a) mamy co najmniej jednego asa;
  - b) mamy asa czarnego koloru;
  - c) mamy asa pik;
  - d) pierwszą wylosowaną kartą jest as;
  - e) pierwszą wylosowaną kartą jest czarny as;
  - f) pierwszą wylosowaną kartą jest as pik.
3. Wybieramy losowo czteroelementowy podzbiór  $D$  zbioru  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ . Obliczyć prawdopodobieństwo tego, że  $1 \in D$ , jeśli wiadomo, że 5 i 6 należą do  $D$ .
4. Dwie osoby  $X$  i  $Y$  umówiły się w centrum handlowym między 17 a 18. Wyznaczyć prawdopodobieństwo tego, że jedna z nich będzie musiała czekać na drugą co najmniej pół godziny, jeśli wiadomo, że osoba  $X$  pojawiła się na miejscu przed 17:15.
5. Każda z klas V A oraz V B liczy 30 dzieci. Każde z nich rozwiązało lub nie rozwiązało na klasówce zadania nr 5. Prawdopodobieństwo tego, że losowo wybrana dziewczynka (odp. chłopiec) z klasy V A rozwiązała to zadanie jest większe niż odpowiadające prawdopodobieństwo dla klasy V B. Czy wynika stąd, że prawdopodobieństwo rozwiązania zadania 5 w klasie V A jest większe niż prawdopodobieństwo rozwiązania w klasie V B?
6. W urnie znajdują się trzy białe i cztery czarne kule. Losujemy kulę, wyrzucamy bez oglądania, a następnie losujemy kolejną kulę z urny.
  - a) Jakie jest prawdopodobieństwo, że druga kula jest biała?
  - b) Załóżmy, że za drugim razem wyciągnięto białą kulę. Jakie jest prawdopodobieństwo, że za pierwszym razem wylosowano czarną kulę?
7. W populacji jest 15% dyslektyków. Jeśli w teście diagnostycznym uczeń popełni 6 lub więcej błędów, to zostaje uznany za dyslektyka. Każdy dyslektyk na pewno popełni co najmniej 6 błędów w takim teście, ale również nie-dyslektyk może popełnić więcej niż 5 błędów – dzieje się tak z prawdopodobieństwem 0,1. Jasio popełnił w teście 6 błędów. Jakie jest prawdopodobieństwo, że jest dyslektykiem? Jakie jest prawdopodobieństwo tego, że w kolejnym teście też popełni co najmniej 6 błędów?
8. W pewnej fabryce telewizorów każdy z aparatów może być wadliwy z prawdopodobieństwem  $p$ . W fabryce są trzy stanowiska kontroli i wyprodukowany telewizor trafia na każde ze stanowisk z jednakowym prawdopodobieństwem.  $i$ -te stanowisko wykrywa wadliwy telewizor z prawdopodobieństwem  $p_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ). Telewizory nie odrzucone w fabryce trafiają do hurtowni i tam poddawane są dodatkowej kontroli, która wykrywa wadliwy telewizor z prawdopodobieństwem  $p_0$ .
  - a) Obliczyć prawdopodobieństwo tego, że dany nowowyprodukowany telewizor znajdzie się w sprzedaży (tzn. przejdzie przez obie kontrole).

b) Przypuśćmy, że telewizor jest już w sklepie. Jakie jest prawdopodobieństwo, że jest on wadliwy?

9. Rzucamy monetą aż do momentu wyrzucenia orła. Niech  $N$  oznacza liczbę rzutów. Następnie, ze zbioru  $\{1, 2, \dots, N\}$  losujemy liczbę.

a) Jakie jest prawdopodobieństwo, że wylosujemy jedynkę?

b) Załóżmy, że wylosowaliśmy jedynkę. Jakie jest prawdopodobieństwo, że orzeł wypadł za drugim razem?

### Zadania domowe: druga seria

1. Liczby  $1, 2, \dots, 10$  ustawiono losowo w ciąg. Obliczyć prawdopodobieństwo tego, że czwartym wyrazem ciągu jest 4 jeśli wiadomo, że pierwsze trzy wyrazy ciągu to kolejno 1, 2 oraz 3.

2. Kij o długości 1 złamano losowo w dwóch miejscach, dzieląc go na trzy kawałki. Obliczyć prawdopodobieństwo tego, że środkowy kawałek ma długość większą niż  $1/2$  jeśli wiadomo, że oba pozostałe kawałki mają długość mniejszą niż  $1/3$ .

3. W urnie znajduje się pięć prawidłowych sześciennych kostek oraz jedna fałszywa, z samymi szóstkami. Losujemy kostkę i wykonujemy nią rzut.

(a) Jakie jest prawdopodobieństwo tego, że wyrzucimy szóstkę?

(b) Załóżmy, że wyrzuciliśmy szóstkę. Jakie jest prawdopodobieństwo tego, że rzucając tą kostką jeszcze raz, znowu wyrzucimy szóstkę?

4. Partia pewnego towaru składa się z  $\frac{n(n+1)}{2}$  sztuk ( $n$  jest ustaloną liczbą całkowitą dodatnią). Prawdopodobieństwo tego, że dokładnie  $k$  sztuk jest wybrakowanych, wynosi  $\frac{2k}{n(n+1)}$ ,  $k = 1, 2, \dots, n$ .

(a) Obliczyć prawdopodobieństwo tego, że losowo wybrana sztuka jest wadliwa.

(b) Załóżmy, że losowo wybrana sztuka jest wadliwa. Jakie jest prawdopodobieństwo tego, że w partii jest  $k$  braków?