

Zadania z RP 1 - 2

1. W urnie znajduje się 20 kul ponumerowanych liczbami od 1 do 20. Z urny losujemy ze zwracaniem 10 kul. Obliczyć prawdopodobieństwo tego, że najmniejszą wylosowaną liczbą jest 11.

2. Na odcinku $[0, 1]$ wybrano losowo dwa punkty.

(a) Jakie jest prawdopodobieństwo, że najkrótszy z powstałych trzech odcinków ma miarę mniejszą niż $1/4$?

(b) Jakie jest prawdopodobieństwo, że z powstałych trzech odcinków można zbudować trójkąt?

3. Odcinek PQ jest średnicą okręgu \mathcal{O} . Na okręgu \mathcal{O} wybieramy na chybił trafił dwa punkty A, B . Jakie jest prawdopodobieństwo tego, że jeden z łuków AB zawiera oba punkty P, Q ?

4. Na nieskończoną szachownicę o boku 1 rzucono monetę o średnicy $\frac{2}{3}$. Jakie jest prawdopodobieństwo, że a) moneta znajdzie się całkowicie we wnętrzu jednego z pól; b) przetnie się z dwoma bokami szachownicy?

5. Na płaszczyznę podzieloną na nieskończone pasy o szerokości d rzucono losowo igłę o długości ℓ ($\ell < d$). Wyznaczyć prawdopodobieństwo tego, że igła przetnie brzeg któregoś pasa.

6. Udowodnić, że dowolne nieskończone σ -ciało jest nieprzeliczalne.

7. Z odcinka $[0, 1]$ wybieramy losowo n liczb A_1, A_2, \dots, A_n .

(a) Obliczyć prawdopodobieństwo tego, że pewne dwie liczby są równe.

(b) Obliczyć prawdopodobieństwo tego, że ciąg (A_1, A_2, \dots, A_n) jest rosnący.

Zadania domowe: pierwsza seria

1. Należy rozdać 10 nierozróżnialnych pomarańczy czterem dzieciom: Agacie, Beacie, Cezaremu oraz Darkowi, w ten sposób, aby każde dziecko otrzymało co najmniej jedną pomarańczę. Na ile sposobów można to uczynić?

2. Pięć osób, wśród których są osoby A oraz B , ustawia się losowo w kolejce. Obliczyć prawdopodobieństwo tego, że osoby A i B nie będą stały obok siebie.

3. Losujemy 100 liczb a_1, a_2, \dots, a_{100} ze zbioru $\{0, 1, 2\}$. Obliczyć prawdopodobieństwo tego, że każda z liczb 0, 1, 2 pojawi się w ciągu $(a_1, a_2, \dots, a_{100})$.

4. Losujemy punkty A, B, C z okręgu \mathcal{O} . Wyznaczyć prawdopodobieństwo tego, że trójkąt ABC jest rozwartokątny.