

## Zadania z RP1 - 9

1. Zmienne losowe  $X, Y$  spełniają warunki  $\text{Var}X = 3$ ,  $\text{Cov}(X, Y) = -1$ ,  $\text{Var}Y = 2$ . Obliczyć  $\text{Cov}(5X - Y, 2X + Y)$ .

2. Z okręgu o środku  $(0, 0)$  i promieniu 1 losujemy niezależnie 10 punktów. Wyznaczyć wartość oczekiwaną i wariancję liczby punktów odległych od  $(1, 0)$  o mniej niż  $\sqrt{2}$ .

3. Jest  $N$  listów i  $N$  zaadresowanych kopert. Włożono listy do kopert w sposób losowy. Wyznaczyć wariancję liczby listów, które trafią do właściwej koperty.

4. Zmienna losowa  $X$  ma rozkład normalny w  $\mathbb{R}^d$ , o średniej  $m$  i macierzy kowariancji  $\Lambda$ . Niech  $T$  będzie przekształceniem afinicznym  $\mathbb{R}^d$  na  $\mathbb{R}^k$ ,  $k \leq d$ . Udowodnić, że  $TX$  ma rozkład normalny w  $\mathbb{R}^k$ . Wyznaczyć jego średnią oraz macierz kowariancji.

5. Zmienna losowa  $(X, Y)$  ma rozkład z gęstością

$$g(x, y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2 - 2xy + 3y^2}{2}\right).$$

Wyznaczyć macierz kowariancji wektora  $(X, Y)$  oraz rozstrzygnąć, czy zmienne  $X + Y$ ,  $X - Y$  są niezależne.

6. Zmienna losowa  $(X, Y)$  ma rozkład normalny o średniej  $(1, 0)$  i macierzy kowariancji

$$\Lambda = \begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}.$$

Wyznaczyć gęstość zmiennej  $(X, Y)$ .