

## Zadania z RP1 - 8

1. Rzucamy kostką aż do momentu, gdy wyrzucimy wszystkie liczby oczek. Obliczyć wartość oczekiwaną liczby rzutów.

2. Liczby  $1, 2, \dots, n$  ustawiono losowo w ciąg  $(a_1, a_2, \dots, a_n)$ . Niech  $N$  oznacza największą taką liczbę, że  $a_k > a_{k-1}$  dla  $k \leq N$ . Obliczyć  $\mathbb{E}N$ .

3. Zmienna losowa  $X$  ma rozkład z gęstością

$$g(x) = \frac{3}{x^4} 1_{[1, \infty)}.$$

Wyznaczyć średnią i wariancję  $X$ . Dla jakich  $p$  moment rzędu  $p$  zmiennej  $X$  jest skończony?

4. Zmienna losowa  $X$  jest całkowalna z kwadratem i ma następującą własność: istnieje niezależna od niej, całkowalna z kwadratem zmienna  $Y$  taka, że  $X + Y$  oraz  $aX$  mają ten sam rozkład, dla pewnego  $a \in (-1, 1)$ . Udowodnić, że  $X$  jest stała p.n..

5. Rzucamy kostką aż do momentu gdy wyrzucimy szóstkę. Wyznaczyć wartość oczekiwaną liczby wyrzuconych trójek.

6. W urnie znajdują się trzy białe kule, ponumerowane od 1 do 3, oraz trzy czarne kule, ponumerowane od 1 do 3. Losujemy po jednej kuli ze zwracaniem aż do momentu, gdy wylosujemy czarną kulę oraz kulę z numerem 3. Obliczyć wartość oczekiwaną liczby losowań.