

## Zadania z RP1 - 7

1. Dana jest zmienna losowa  $X$  taka, że  $\mathbb{P}(X = 0) = \mathbb{P}(X = 1) = \frac{1}{4}$ ,  $\mathbb{P}(X = -3) = \frac{1}{2}$ . Obliczyć  $\mathbb{E}X$ ,  $\mathbb{E}\frac{1}{X+2}$ ,  $\mathbb{E}\cos(\pi X)$ .

2. Zmienna losowa  $X$  ma rozkład Poissona z parametrem 2. Obliczyć  $\mathbb{E}6^X$ .

3. Zmienna losowa  $X$  ma rozkład z gęstością

$$g(x) = \frac{3}{8}x^2 1_{[0,2]}.$$

Obliczyć  $\mathbb{E}X$ ,  $\mathbb{E}\frac{1}{1+x^3}$ ,  $\mathbb{E}e^X$ .

4. Na klasówce jest 5 zadań. Każdy z 30 uczniów rozwiąże każde z zadań z prawdopodobieństwem  $\frac{1}{2}$ . Niech  $X$  oznacza liczbę uczniów, którzy rozwiążą co najmniej 4 zadania. Wyznaczyć  $\mathbb{E}X$ .

5. W urnie znajduje się 50 białych kul. Losujemy ze zwracaniem po jednej kuli, przy czym wyciągniętą kulę malujemy na czerwono, jeśli jest biała. Niech  $X$  oznacza liczbę czerwonych kul w urnie po 20 losowaniach. Wyznaczyć  $\mathbb{E}X$ .

6. Każdy bok i każdą przekątną sześciokąta foremnego malujemy losowo na jeden z trzech kolorów. Wybór każdego koloru jest jednakowo prawdopodobny, kolorowania różnych odcinków są niezależne. Niech  $X$  oznacza liczbę jednobarwnych trójkątów o wierzchołkach będących wierzchołkami sześciokąta. Obliczyć  $\mathbb{E}X$ .

7. Urna zawiera  $N$  kul, wśród których jest  $b$  kul białych. Losujemy bez zwracania  $n$  kul ( $n \leq N$ ) i definiujemy  $X$  jako liczbę kul białych wśród wylosowanych kul. Wyznaczyć  $\mathbb{E}X$ .

8. Zmienna losowa  $X$  ma rozkład z dystrybuantą

$$F(t) = \begin{cases} 0 & \text{jeśli } t < 0, \\ t/2 & \text{jeśli } 0 \leq t < 1, \\ 3/4 & \text{jeśli } 1 \leq t < 5, \\ 1 & \text{jeśli } t \geq 5. \end{cases}$$

Wyznaczyć  $\mathbb{E}X$  oraz  $\mathbb{E}2^X$ .