

## Zadania z RP1 - 1

1. Z talii 52 kart wybieramy 13 kart tak, aby dokładnie a) siedem, b) sześć kart było tego samego koloru. Na ile sposobów można to uczynić?

2. Na ile sposobów można ustawić w ciąg sześć jedynek, pięć dwójek oraz cztery trójki?

3. Wyznaczyć liczbę rozwiązań równania  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 50$

a) w liczbach całkowitych nieujemnych  $x_1, x_2, x_3, x_4$ ,

b) w liczbach całkowitych dodatnich  $x_1, x_2, x_3, x_4$ .

4. Ile jest takich „szóstek” w Totolotku, że żadne dwie z wylosowanych liczb nie są kolejne?

5. Klasa liczy 15 uczniów. Nauczyciel wybiera na każdej lekcji na chybił trafił jednego ucznia do odpowiedzi. Obliczyć prawdopodobieństwo tego, że w ciągu 16 lekcji każdy uczeń będzie przepytany.

6. W szafie jest  $n$  par butów. Wyjmujemy na chybił trafił  $k$  butów ( $k \leq n$ ). Obliczyć prawdopodobieństwo tego, że

a) wśród wyjętych butów jest co najmniej jedna para,

b) wśród wyjętych butów jest dokładnie jedna para.

7.  $(\Omega, \mathcal{F}, P)$  jest przestrzenią probabilistyczną,  $A, B, C \in \mathcal{F}$ .

a)  $P(A \cup B) = 1/2$ ,  $P(A \cap B) = 1/4$ ,  $P(A \setminus B) = P(B \setminus A)$ . Obliczyć  $P(A)$  oraz  $P(B \setminus A)$ .

b)  $A \cup B \cup C = \Omega$ ,  $P(B) = 2P(A)$ ,  $P(C) = 3P(A)$ ,  $P(A \cap B) = P(A \cap C) = P(B \cap C)$ . Wykazać, że  $1/6 \leq P(A) \leq 1/4$ .

c)  $P(A) \geq 2/3$ ,  $P(B) \geq 2/3$ ,  $P(C) \geq 2/3$ ,  $P(A \cap B \cap C) = 0$ . Obliczyć  $P(A)$ .

8. W celu oszacowania liczby ryb w stawie złowiono  $n$  ryb i po oznakowaniu wypuszczono je z powrotem. Następnie znowu złowiono  $n$  ryb i okazało się, że  $k$  ryb jest oznakowanych. Dla jakiej liczby  $N$  ryb w stawie taki wynik jest najbardziej prawdopodobny?

9. Rozdano 52 karty czterem graczom, po 13 kart każdemu. Jakie jest prawdopodobieństwo, że każdy z graczy ma co najmniej jednego pika?

10. Jest  $N$  listów i  $N$  zaadresowanych kopert z różnymi adresami. Każdy list odpowiada dokładnie jednemu adresowi i na odwrót. Włożono listy do kopert na chybił trafił, po jednym liście do każdej koperty. Obliczyć prawdopodobieństwo, że żaden list nie trafił do właściwej koperty.

11. Udowodnić, że każde nieskończone  $\sigma$ -ciało jest nieprzeliczalne.