

Kolokwium z Rachunku Prawdopodobieństwa 1, 4 V 2009

1. Zmienna losowa (X, Y) ma rozkład z gęstością

$$g(x, y) = Ce^{-x}1_{\{|y| \leq x\}}.$$

- (1 p.) Wyznaczyć C .
- (2 p.) Wyznaczyć rozkład zmiennej Y/X .
- (3 p.) Czy zmienne Y/X oraz X są niezależne?

2. Zmienna losowa X ma rozkład z gęstością

$$g(x) = \frac{3}{2}x^21_{[-1,1]}(x).$$

- (3 p.) Wyznaczyć $\mathbb{P}(X^2 \geq \frac{1}{2} | X < 0.9)$.
- (3 p.) Wyznaczyć gęstość rozkładu zmiennej $Y = 1/X$.

3. (6 p.) Rzucamy prawidłową kostką aż do momentu, gdy wyrzucimy piątkę i szóstkę (łącznie, niekoniecznie pod rząd). Wyznaczyć wartość oczekiwaną i wariancję liczby rzutów.

4. (6 p.) Z kwadratu o boku 1 losujemy w sposób niezależny punkty X_1, X_2, \dots . Wyznaczyć prawdopodobieństwo tego, że istnieje nieskończenie wiele trójkątów równobocznych o wierzchołkach wśród punktów (X_i) .

5. (6 p.) Z wnętrza trójkąta równobocznego ABC losujemy punkt D . Niech X oznacza najmniejsze z pól trójkątów ABD, BCD, CAD . Wyznaczyć rozkład X , jej wartość oczekiwaną i wariancję.