

Praca domowa nr 2. Termin oddawania prac: 16 stycznia 2022 r.

We wszystkich zagadnieniach poniżej, B oznacza standardowy jednowymiarowy proces Wienera startujący z 0, zaś B^ jest jednostronną funkcją maksymalną B .*

1. Rozwiązać problem optymalnego stopowania

$$V = \sup_{\tau} \mathbb{E} \int_0^{\tau} \frac{B_t dt}{(1 + B_t^2)^2}.$$

Wskazówka: Tę wartość oczekiwaną można wyrazić prościej.

2. Rozwiązać problem optymalnego stopowania

$$V = \sup_{0 \leq \tau \leq 2} \left[\mathbb{P}(\tau \leq 1) + 2\mathbb{P}(B_{\tau} \geq 1) \right].$$

3. Wyznaczyć najmniejszą uniwersalną stałą C w nierówności

$$\mathbb{E} \exp(B_{\tau}^*) \leq C \mathbb{E} \exp(B_{\tau}),$$

gdzie τ przebiega klasę wszystkich ograniczonych momentów zatrzymania.

4. Wyznaczyć najmniejszą uniwersalną stałą C w nierówności

$$\mathbb{E} B_{\tau}^4 \leq C \mathbb{E} \tau^2,$$

gdzie τ przebiega klasę wszystkich momentów stopu całkowalnych z kwadratem.