

Egzamin z Metodyki Nauczania Rachunku Prawdopodobieństwa

Grupa dla osób z nazwiskami rozpoczynającymi się literami P-S

1. Rzucono dwanaście razy dwunastościenną kostką do gry, na której ściankach napisano liczby $1, 2, \dots, 12$. Obliczyć prawdopodobieństwo tego, że uzyskano co najmniej jedną jedynkę, co najmniej jedną dwójkę i co najmniej jedną trójkę.

2. Dane są trzy urny: w pierwszej urnie znajdują się dwie białe i trzy czarne kule, w drugiej urnie - trzy białe i dwie czarne kule, w trzeciej urnie - trzy białe kule (i żadnej czarnej). Wylosowano urnę, a następnie wyciągnięto z niej kulę, która okazała się mieć biały kolor. Kulę tę odłożono na bok. Jakie jest prawdopodobieństwo tego, że jeśli wyciągniemy jeszcze jedną kulę z wylosowanej urny, to także będzie miała biały kolor?

3. W pudełku znajduje się $k \geq 2$ losów, z których dwa są wygrywające, a pozostałe są przegrywające. Ciągami kolejno po jednym losie bez zwracania aż do momentu wyciągnięcia wygrywającego losu. Niech X oznacza liczbę losowań. Wyznaczyć rozkład i wartość oczekiwaną zmiennej X .

4. Wzdłuż alei w parku biegnącej dookoła jeziora (i będącej krzywą zamkniętą), ustawiono n ławek ($n \geq 6$), a nad każdą z nich postawiono latarnię. Każda z latarni, niezależnie od pozostałych, może być zapalona lub zgaszona (pierwsza możliwość ma szansę $\frac{1}{4}$, a druga $\frac{3}{4}$). Zapalona latarnia oświetla ławkę nad którą się znajduje oraz dwie sąsiadujące z nią ławki. Obliczyć wariancję liczby nieoświetlonych ławek.

5. Po wierzchołkach sześciokąta foremnego $ABCDEF$ poruszają się kot i mysz. W każdej jednostce czasu, jedno ze zwierząt pozostaje w miejscu, a drugie przesuwa się o jeden wierzchołek zgodnie ze wskazówkami zegara lub o jeden wierzchołek przeciwnie do wskazówek zegara, z prawdopodobieństwami $\frac{3}{4}$ i $\frac{1}{4}$, odpowiednio. Prawdopodobieństwo tego, że w danej jednostce czasu poruszał się będzie kot, wynosi $\frac{1}{2}$. Ruchy zwierząt w różnych jednostkach czasu są niezależne. Zakładając, że w chwili początkowej kot znajduje się w wierzchołku A , a mysz w wierzchołku E , wyznaczyć wartość oczekiwaną liczby jednostek czasu, po których kot złapie mysz.