

## Egzamin z Metodyki Nauczania Rachunku Prawdopodobieństwa

*Grupa dla osób z nazwiskami rozpoczynającymi się literami B-K*

1. Rzucono dziesięć razy dwudziestościenną kostką do gry, na której ściankach napisano liczby  $1, 2, \dots, 20$ . Obliczyć prawdopodobieństwo tego, że uzyskano co najmniej jedną jedynkę, co najmniej jedną dwójkę i co najmniej jedną trójkę.

2. Dane są trzy urny: w pierwszej urnie znajdują się trzy białe i dwie czarne kule, w drugiej urnie - dwie białe i dwie czarne kule, w trzeciej urnie - trzy białe kule (i żadnej czarnej). Wylosowano urnę, a następnie wyciągnięto z niej kulę, która okazała się mieć biały kolor. Kulę tę odłożono na bok. Jakie jest prawdopodobieństwo tego, że jeśli wyciągniemy jeszcze jedną kulę z wylosowanej urny, to także będzie miała biały kolor?

3. W pudełku znajduje się  $k \geq 2$  losów, z których dwa są wygrywające, a pozostałe są przegrywające. Ciągami kolejno po jednym losie bez zwracania aż do momentu wyciągnięcia wygrywającego losu. Niech  $X$  oznacza liczbę losowań. Wyznaczyć rozkład i wartość oczekiwaną zmiennej  $X$ .

4. Wzdłuż alei w parku biegnącej dookoła jeziora (i będącej krzywą zamkniętą), ustawiono  $n$  ławek ( $n \geq 6$ ), a nad każdą z nich postawiono latarnię. Każda z latarni, niezależnie od pozostałych, może być zapalona lub zgaszona (pierwsza możliwość ma szansę  $\frac{1}{3}$ , a druga  $\frac{2}{3}$ ). Zapalona latarnia oświetla ławkę nad którą się znajduje oraz dwie sąsiadujące z nią ławki. Obliczyć wariancję liczby nieoświetlonych ławek.

5. Po wierzchołkach sześciokąta foremnego  $ABCDEF$  poruszają się kot i mysz. W każdej jednostce czasu, jedno ze zwierząt pozostaje w miejscu, a drugie przesuwa się o jeden wierzchołek zgodnie ze wskazówkami zegara lub o jeden wierzchołek przeciwnie do wskazówek zegara, z prawdopodobieństwami  $1/3$  i  $2/3$ , odpowiednio. Prawdopodobieństwo tego, że w danej jednostce czasu poruszał się będzie kot, wynosi  $1/2$ . Ruchy zwierząt w różnych jednostkach czasu są niezależne. Zakładając, że w chwili początkowej kot znajduje się w wierzchołku  $A$ , a mysz w wierzchołku  $E$ , wyznaczyć wartość oczekiwaną liczby jednostek czasu, po których kot złapie mysz.