Metodyka nauczania Rachunku Prawdopodobieństwa
Kolokwium, 28 kwietnia 2016 r.

1. Rzucono 10 razy kostką. Jakie jest prawdopodobieństwo, że uzyskany ciąg wyników jest niemalejący?

2. Hazardzista o kapitale 1 zł udaje się do kasyna, gdzie uczestniczy w serii gier. W każdej grze, niezależnie od pozostałych, może wygrać 1 zł z prawdopodobieństwem p albo przegrać 1 zł z prawdopodobieństwem $1-p$. Wyznaczyć prawdopodobieństwo tego, że hazardzista splajtuje po 1001 grze (tzn. jego kapitał po 1001 grze po raz pierwszy wyniesie 0).

3. W pudełku znajduje się 15 piłek tenisowych, z których 9 nie zostało jeszcze użytych. Wylosowano dwie piłki, rozegrano nimi mecz i odłożono je z powrotem do pudełka. Następnie ponownie wylosowano dwie piłki z pudełka i rozegrano nimi mecz. Zakładając, że obie piłki w drugim meczu były nieużywane (zarówno w poprzednim meczu, jak i wcześniej), obliczyć prawdopodobieństwo tego, że obie piłki w pierwszym meczu też były użyte po raz pierwszy.

4. Z talii 52 kart losujemy kolejno po jednej karcie bez zwracania. Załóżmy, że pierwszy as pojawił się w dwudziestym losowaniu. Jakie jest prawdopodobieństwo tego, że dwudziestą pierwszą kartą będzie a) as pik; b) dwójka trefl?

5. Wykazać, że dla dowolnych zdarzeń A, B takich, że $\mathbb{P}(B) > 0$, zachodzi nierówność $\mathbb{P}(A|A \cup B) \geq \mathbb{P}(A|B)$.

6. W urnie znajduje się m kul białych oraz n kul czarnych. Losujemy kolejno bez zwracania po jednej kuli aż do momentu, gdy w urnie pozostaną kule tylko jednego koloru. Wyznaczyć prawdopodobieństwo tego, że będzie to biały kolor.

7. Rzucono n razy monetą. Wyznaczyć prawdopodobieństwo tego, że w ciągu wyników nie pojawiły się dwie reszki pod rząd.

Wskazówka: Użyć rekurencji.

8. Wykazać tożsamość

$$n! = \sum_{k=0}^{n} (-1)^k \binom{n}{k} (n-k)^n$$

dla dowolnej liczby całkowitej dodatniej n.