1. W miastach A i B wyróżniono po jednym, najbardziej niebezpiecznym skrzyżowaniu. Ze statystycznych danych wynika, iż średnio na skrzyżowaniu w mieście A są dwa wypadki miesięcznie, natomiast w mieście B - cztery wypadki miesięcznie. Zakładając, że miasta A, B są na różnych kontynentach, wyznaczyć prawdopodobieństwo tego, że w danym miesiącu łączna liczba wypadków na obu skrzyżowaniach będzie niemniejsza niż 2.

2. Losujemy (w sposób niezależny) dwa niepuste, otwarte przedziały I, J o końcach w zbiorze $\{1, 2, \ldots, n\}$. Obliczyć wartość oczekiwaną długości ich części wspólnej.

Uwaga: Być może przydadzą się tożsamości

$$\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6},$$

$$\sum_{k=1}^{n} k^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2,$$

$$\sum_{k=1}^{n} k^4 = \frac{n^5}{5} + \frac{n^4}{2} + \frac{n^3}{3} - \frac{n}{30}.$$

1. Pierwszy gracz rzuca trzema, a drugi dwiema jednakowymi monetami o nominale 1zł. Wygrywa i dostaje wszystkie pięć monet ten z graczy, który wyrzuci więcej orłów. W przypadku, gdy liczby wyrzuconych orłów są równe, gra jest kontynuowana. Obliczyć wartość oczekiwaną wygranej każdego z graczy.

2. Rzucamy prawidłową kostką aż do momentu uzyskania piątki oraz parzystej liczby oczek. Obliczyć wartość oczekiwaną i wariancję liczby rzutów.

1. Niech k będzie ustaloną liczbą całkowitą dodatnią. Rzucamy prawidłową monetą aż do momentu gdy wypadnie (łącznie, niekoniecznie pod rząd) co najmniej k orłów i co najmniej k reszek. Niech X oznacza liczbę rzutów. Znaleźć rozkład zmiennej X.

2. W urnie znajduje się 50 białych kul. Losujemy ze zwracaniem po jednej kuli, przy czym wyciągniętą kulę malujemy na czerwono, jeśli jest biała. Niech X oznacza liczbę czerwonych kul w urnie po 20 losowaniach. Wyznaczyć $\mathbb{E}X$.

1. Z urny zawierającej n kul ponumerowanych liczbami od 1 do n losujemy k razy po jednej kuli ze zwracaniem. Niech X, Y oznaczają odpowiednio najmniejszy oraz największy z wyciągniętych numerów. Wykazać, że $\mathbb{E}X + \mathbb{E}Y = n + 1$.

2. W urnie znajduje się pięć kul białych, trzy czarne i dwie czerwone. Losujemy po jednej kuli ze zwracaniem aż do momentu wyciągnięcia kuli czerwonej. Obliczyć wartość oczekiwaną wyciągniętych białych kul.