Metodyka nauczania Rachunku Prawdopodobieństwa
- zadania na drugą kartkówkę.

1. Dziewięciu podróżnych wsiada losowo do trzech wagonów. Wyznaczyć prawdopodobieństwo tego, że
a) do każdego wagonu wsiądzie trzech podróżnych,
b) żaden wagon nie będzie pusty.

2. Rzucamy 12 razy prawidłową monetą.
a) Wyznaczyć prawdopodobieństwo tego, że wypadło tyle samo orłów co reszek.
b) Wyznaczyć prawdopodobieństwo tego, że wypadło tyle samo orłów co reszek, przy czym dwunasty rzut to pierwszy rzut, po którym zrównały się liczby orłów i reszek.

3. Na ustalonym okręgu losujemy trzy punkty i łączymy je odcinkami. Wyznaczyć prawdopodobieństwo tego, że największy kąt powstałego trójkąta jest niemniejszy niż $2\pi/3$.

4. Drut metalowy o długości 20 cm zgięto w losowo wybranym punkcie. Dłuższą z pozostałych części zgięto jeszcze w dwóch punktach tak, że powstała prostokątna ramka. Wyznaczyć prawdopodobieństwo tego, że pole ograniczone przez tę ramkę nie przekracza 21 cm^2.

5. Z urny zawierającej n białych i n czarnych kul wyciągamy losowo parzystą liczbę kul (wszystkie odróżnialne próbki, zawierające parzystą liczbę kul, włącznie z próbką o liczności 0, są równoprawdopodobne). Wyznaczyć prawdopodobieństwo tego, że wśród wyciągniętych kul będzie tyle samo kul białych co czarnych.

6. W urnie znajduje się n kartek ponumerowanych liczbami od 1 do n. Wyciągamy z urny bez zwracania kolejno k kartek ($k \in \{1, 2, \ldots, n\}$ jest ustaloną liczbą całkowitą). Niech x_i będzie numerem i-tej wyciągniętej kartki. Obliczyć prawdopodobieństwo tego, e w ciągu $(0, x_1, \ldots, x_k, 0)$ jest dokładnie jedno maksimum lokalne.
Uwaga. Wyraz ciągu nazywamy maksimum lokalnym, jeśli jest liczbą większą od obu wyrazów sąsiednich.

7. Dana jest liczba naturalna $n \geq 1$. Rozważamy tabelę zbudowaną z $n(n+1)/2$ okienek, ustawionych w n rzędach: jedno okienko w pierwszym rzędzie, dwa w drugim itd., n okienek w n-tym rzędzie. W okienka tabeli wpisujemy w sposób losowy liczby od 1 do $n(n+1)/2$. Niech m_k będzie największą z liczb w k-tym rzędzie. Obliczyć prawdopodobieństwo tego, że $m_1 < m_2 < \ldots < m_n$.
Wskazówka: Być może warto spróbować znaleźć wzór rekurencyjny na to prawdopodobieństwo. Wynik jest ilorazem pewnej potęgi dwójki oraz pewnej silni.

8. Spośród wszystkich podzbiorów zbioru $\{1, 2, \ldots, n\}$ losujemy kolejno ze zwracaniem trzy zbiory A, B, C (za każdym razem wylosowanie każdego spośród 2^n podzbiorów jest jednakowo prawdopodobne). Wyznaczyć najbardziej prawdopodobną liczbę elementów zbioru $A \cap B \cap C$.