Metodyka nauczania Rachunku Prawdopodobieństwa - zadania na pierwszą kartkówkę.

1. W pudełku znajduje się 12 białych i 8 czarnych kul, przy czym kule w obrębie ustalonego koloru są nierozróżnialne. Wybieramy siedem kul tak, by co najmniej trzy z nich były białe oraz co najmniej trzy z nich były czarne; następnie, wybrane kule ustawiamy w ciąg. Na ile sposobów można to uczynić?

2. Wyznaczyć liczbę słów jakie można ułożyć z liter A, A, B, C, D, E, E, E, jeśli wszystkie litery A mają stać przed B (niekoniecznie bezpośrednio) oraz C ma stać przed D (bezpośrednio).

3. Dysponujemy trzema kopiami podręcznika do analizy, czterema kopiami podręcznika do algebry oraz dwiema kopiami podręcznika do rachunku prawdopodobieństwa (przyjmujemy, że kopie w obrębie każdego przedmiotu są nieodróżnialne). Na ile sposobów możemy odłożyć te książki na dwie odróżnialne półki, jeśli kolejność książek na półce nie ma znaczenia?

4. Na ile sposobów można ustawić liczby ze zbioru $\{1, 2, \ldots, 2n\}$ w ciąg tak, by suma każdych dwóch kolejnych liczb była nieparzysta?

5. Na aukcji obrazów sprzedano trzy dzieła van Gogha, cztery obrazy Picassa oraz dwa obrazy Salvadora Dali. Obrazy te zostały kupione przez czterech kolekcjonerów: A, B, C, D. Reporter notuje ile obrazów danego twórcy zostało kupionych przez danego kolekcjonera. Przykładowo, notatka może być następująca:

kolekcjoner	A	B	C	D
van Gogh	0	2	0	1
Picasso	1	0	2	1
Dali	1	1	0	0

Ile jest możliwych notatek?

6. Wyznaczyć "zwarty" wzór na sumę

$$\sum_{k=1}^{n} \binom{n}{k} k^2.$$

7. Należy wybrać podzbiór zbioru $\{1, 2, \ldots, 200\}$ w taki sposób, aby zawierał tyle samo elementów parzystych co nieparzystych. Na ile sposobów można to uczynić?

8. Wyznaczyć liczbę ciągów $(a_1, a_2, \ldots, a_n)$, o wyrazach ze zbioru $\{0, 1, 2\}$, spełniających warunek $|a_k - a_{k-1}| \leq 1$ dla $k = 2, 3, \ldots, n$.

9. Wyznaczyć liczbę wszystkich takich permutacji zbioru $\{1, 2, \ldots, n\}$, które nie zawierają trzyelementowego podciągu rosnącego (formalnie: tych permutacji σ, dla których $\sigma(i) < \sigma(j) < \sigma(k)$ dla pewnych $i < j < k$).