

## Zadania z Funkcji Analitycznych - 8

1. Wykazać, że wielomian  $W(z) = z^4 + 5z^3 - z + 1$  ma dokładnie jeden pierwiastek w pierwszej ćwiartce.

2. Dowieść, że wielomian  $W(z) = z^3 + 5z + 3$  ma dokładnie dwa pierwiastki w pasie  $\{z \in \mathbb{C} : 0 < \Re z < 1\}$ .

3. Obliczyć całkę  $\int_0^\infty \frac{\log x}{1+x^4} dx$ .

4. Obliczyć całkę  $\int_0^\infty \frac{(\log x)^2}{1+x^2} dx$ .

5. Dowieść, że można tak zadać gałąź pierwiastka, by funkcja  $f(z) = 1/\sqrt{z(z-1)}$  była analityczna na  $\mathbb{C} \setminus [-1, 1]$ . Korzystając z twierdzenia o residuach, obliczyć całkę  $\int_0^\infty \frac{dz}{\sqrt{z(z-1)}(z+1)}$ .