## Zadania z Funkcji Analitycznych - 11

**1.** Wykazać, że homografie przekształcają okręgi na okręgi lub proste.

**2.** Załóżmy, że $(z_1,\ z_2,\ z_3)$ oraz $(w_1,\ w_2,\ w_3)$ są dwiema trójkami różnych liczb zespolonych (dopuszczamy także możliwość $\infty$). Podać wzór na homografię $f$ przeprowadzającą $z_j$ na $w_j$, $j = 1,\ 2,\ 3$.

**3.** Jaka jest postać homografii przeprowadzających okrąg $|z| = 1$ na siebie?

**4.** Znaleźć homografię $h$ przeprowadzającą okrąg $|z| = 2$ w siebie, okrąg $|z| = 1$ na prostą równoległą do osi urojonej oraz spełniającą warunek $h(4) = 0$.

**5.** Znaleźć homografię przekształcającą obszar

$$\{z : |z-2| > 1,\ |z+2| > 1\}$$

na pewien pierścień o środku w 0.

**6.** Przeprowadzić biholomorficznie soczewkę $D(0,1) \cap D(1,1)$ na półpłaszczyznę $\{z : \mathfrak{Im} z > 0\}$.

**7.** Wyznaczyć obraz pasa $\left\{z \in \mathbb{C} : 0 < \mathfrak{Re} z < \frac{\pi}{2}\right\}$ przy przekształceniu $f(z) = \sin z$.

**8.** Wyznaczyć obraz dysku $\{z \in \mathbb{C} : |z| < 1\}$ przy przekształceniu $f(z) = z/(1-z)^2$.