

RP WNE 2011/2012, XII seria

Uwaga: ze względu na inną liczbę zajęć środowych i piątkowych, zadania z tej serii przeznaczone są dla osób mających ćwiczenia w środy

1. Zmienne losowe X , Y są niezależne i mają rozkłady Poissona z parametrami μ i λ , odpowiednio. Sprawdzić, że $X + Y$ ma rozkład Poissona z parametrem $\lambda + \mu$. Obliczyć $\mathbb{P}(X = k|X + Y)$ (gdzie k jest ustaloną liczbą nieujemną) i $\mathbb{E}(X|X + Y)$.

2. Miesięczne zużycie energii elektrycznej w pewnej fabryce ma rozkład jednostajny na przedziale $[200, 250]$. Przy zadanym zużyciu λ , ilość wyemitowanego dwutlenku węgla ma rozkład wykładniczy z parametrem $5 - \lambda/100$. Wyznaczyć rozkład (gęstość) ilości wyemitowanego dwutlenku węgla w ciągu danego miesiąca.

3. Czas oczekiwania X na pierwszy spadek notowań pewnej firmy ma rozkład wykładniczy z parametrem 3. Zakładając, że spadek miał miejsce w chwili t , czas oczekiwania na pierwszy wzrost notowań (począwszy od chwili t), oznaczony przez Y , ma ponownie rozkład wykładniczy, tym razem z parametrem $1/t$. Obliczyć $\mathbb{E}(X + Y)$.

4. Rzucamy raz kostką, a następnie rzucamy nią tyle razy, ile oczek wypadło za pierwszym razem. Niech X oznacza sumę wszystkich liczb oczek (łącznie z pierwszym rzutem). Obliczyć $\mathbb{E}X$.

5. Liczba wypadków danego dnia jest zmienną losową o rozkładzie Poissona z parametrem 2. Szkoda związana z pojedynczym wypadkiem jest zmienną losową o rozkładzie geometrycznym z parametrem $1/2$ (tzn. $\mu(k) = 2^{-k}$, $k = 1, 2, \dots$). Obliczyć wartość oczekiwaną łącznej szkody w ciągu ustalonego dnia.

Przykładowe zagadnienia na kartkówkę

1. Zmienne losowe X , Y są niezależne i mają rozkłady $B(n, p)$ oraz $B(m, p)$ (Bernoulliego z parametrami n , p oraz m , p , odpowiednio). Sprawdzić, że $X + Y$ ma rozkład $B(m + n, p)$. Obliczyć $\mathbb{P}(X = k|X + Y)$ (gdzie k jest nieujemną liczbą całkowitą nie większą od n).

2. Pracownik wykonuje dwie rozmowy telefoniczne: czas trwania pierwszej rozmowy, oznaczony przez X , ma rozkład jednostajny na przedziale $[10, 20]$; czas trwania drugiej rozmowy ma rozkład jednostajny na przedziale $[5, X]$. Wyznaczyć wartość oczekiwaną łącznego czasu trwania rozmów.

3. Liczba monet w urnie jest zmienną losową o rozkładzie Poissona z parametrem 2. Losujemy kolejno monety z urny i każdą z nich wykonujemy rzut. Niech X oznacza liczbę wyrzuconych orłów. Obliczyć $\mathbb{E}X$.

4. Rzucono raz kostką i raz monetą. Niech X oznacza liczbę wypadniętych oczek, pomnożoną przez 2 jeśli na monecie wypadł orzeł. Obliczyć $\mathbb{E}X$.

5. Na odcinku $[0, 1]$ wybieramy losowo liczbę X (zgodnie z rozkładem jednostajnym), a następnie z odcinka $[0, X]$ wybieramy losowo liczbę Y (także zgodnie z rozkładem jednostajnym). Obliczyć $\mathbb{E}Y$.