

Imię i nazwisko

RACHUNEK PRAWDOPODOBIEŃSTWA WNE

Kolokwium, 10 grudnia 2011r., godz. 17:00, grupa A.

Czas trwania: 150 minut. Rozwiązania różnych zadań prosimy pisać na oddzielnych kartkach wraz z imieniem, nazwiskiem oraz numerem indeksu.

1. (4p.) Z talii 52 kart losujemy dwa razy po jednej karcie ze zwracaniem. Czy zdarzenia {za pierwszym razem wyciągnięto pika}, {za drugim razem nie wyciągnięto pika}, {wyciągnięto dwa asy} są niezależne parami? Czy są niezależne?

2. (5p.) Statystycznie, 0,04% społeczeństwa choruje na mukowiscydozę. Prawdopodobieństwo wykrycia tej choroby przez tzw. test potowy wynosi 0,9. Wyznaczyć przybliżone prawdopodobieństwo tego, że przy przeprowadzeniu tego testu na grupie 1000 Polaków, mukowiscydoza zostanie wykryta u co najwyżej dwóch osób. Oszacować błąd związany z przybliżeniem.

3. (5p.) W urnie znajduje się siedem białych oraz trzy czarne kule. Losujemy kulę z urny: jeśli wyciągnięta kula jest czarna, odkładamy ją na bok; w przeciwnym razie kula powraca do urny. Losowanie powtarzamy aż do momentu wyciągnięcia wszystkich czarnych kul z urny. Wyznaczyć wartość oczekiwaną liczby losowań.

4. Zmienna losowa X ma rozkład jednostajny na przedziale $[-3, 3]$.

(4p.) Wyznaczyć rozkład zmiennej $Y = X^2 + 1$.

(2p.) Czy rozkład Y ma gęstość? Jeśli tak, wyznaczyć ją.

(4p.) Obliczyć wariancję zmiennej $3Y - 2$.

5. Zmienna losowa X ma rozkład o dystrybuancie

$$F(t) = \begin{cases} 0 & \text{jeśli } t < 2, \\ \frac{1}{10}(t-2)^2 & \text{jeśli } 2 \leq t < 5, \\ 1 & \text{jeśli } t \geq 5. \end{cases}$$

(2p.) Obliczyć $\mathbb{P}(X \leq 4 | X \geq 3)$.

(3p.) Obliczyć wartość oczekiwaną zmiennej X .

6. Dwuwymiarowa zmienna losowa (X, Y) ma rozkład z gęstością

$$g(x, y) = 12x^2 1_{\{0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1-x\}}.$$

(3p.) Obliczyć $\mathbb{P}(X \leq 2Y)$.

(3p.) Wyznaczyć gęstość rozkładu zmiennej X .

7. (5p.) Zmienne losowe X, Y są całkowalne z kwadratem i spełniają warunki $\text{Var}X = 2$, $\text{Var}Y = 4$, $\text{Cov}(X, Y) = 1$. Wyznaczyć macierz kowariancji zmiennej $(X + 2Y, 3X - Y)$ oraz współczynnik korelacji zmiennych $X + 2Y, 3X - Y$.

Imię i nazwisko

RACHUNEK PRAWDOPODOBIEŃSTWA WNE
Kolokwium, 10 grudnia 2011r., godz. 17:00, grupa B.

Czas trwania: 150 minut. Rozwiązania różnych zadań prosimy pisać na oddzielnych kartkach wraz z imieniem, nazwiskiem oraz numerem indeksu.

1. (4p.) Z talii 52 kart losujemy dwa razy po jednej karcie ze zwracaniem. Czy zdarzenia {za pierwszym razem nie wyciągnięto kiera}, {za drugim razem wyciągnięto kiera}, {wyciągnięto dwa króle} są niezależne parami? Czy są niezależne?

2. (5p.) Statystycznie, 0,04% społeczeństwa choruje na mukowiscydozę. Prawdopodobieństwo wykrycia tej choroby przez tzw. test potowy wynosi 0,9. Wyznaczyć przybliżone prawdopodobieństwo tego, że przy przeprowadzeniu tego testu na grupie 2000 Polaków, mukowiscydoza zostanie wykryta u co najmniej trzech osób. Oszacować błąd związany z przybliżeniem.

3. (5p.) W urnie znajduje się sześć białych oraz trzy czarne kule. Losujemy kulę z urny: jeśli wyciągnięta kula jest czarna, odkładamy ją na bok; w przeciwnym razie kula powraca do urny. Losowanie powtarzamy aż do momentu wyciągnięcia wszystkich czarnych kul z urny. Wyznaczyć wartość oczekiwaną liczby losowań.

4. Zmienna losowa X ma rozkład jednostajny na przedziale $[-2, 2]$.

(4p.) Wyznaczyć rozkład zmiennej $Y = X^2 + 2$.

(2p.) Czy rozkład Y ma gęstość? Jeśli tak, wyznaczyć ją.

(4p.) Obliczyć wariancję zmiennej $2Y - 3$.

5. Zmienna losowa X ma rozkład o dystrybuancie

$$F(t) = \begin{cases} 0 & \text{jeśli } t < 1, \\ \frac{1}{10}(t-1)^2 & \text{jeśli } 1 \leq t < 4, \\ 1 & \text{jeśli } t \geq 4. \end{cases}$$

(2p.) Obliczyć $\mathbb{P}(X \leq 3 | X \geq 2)$.

(3p.) Obliczyć wartość oczekiwaną zmiennej X .

6. Dwuwymiarowa zmienna losowa (X, Y) ma rozkład z gęstością

$$g(x, y) = 12y^2 1_{\{0 \leq x \leq 1-y, 0 \leq y \leq 1\}}.$$

(3p.) Obliczyć $\mathbb{P}(X \leq 2Y)$.

(3p.) Wyznaczyć gęstość rozkładu zmiennej Y .

7. (5p.) Zmienne losowe X, Y są całkowalne z kwadratem i spełniają warunki $\text{Var}X = 4$, $\text{Var}Y = 2$, $\text{Cov}(X, Y) = 1$. Wyznaczyć macierz kowariancji zmiennej $(2X + Y, -X + 3Y)$ oraz współczynnik korelacji zmiennych $2X + Y, -X + 3Y$.

Imię i nazwisko

RACHUNEK PRAWDOPODOBIEŃSTWA WNE
Kolokwium, 10 grudnia 2011r., godz. 17:00, grupa C.

Czas trwania: 150 minut. Rozwiązania różnych zadań prosimy pisać na oddzielnych kartkach wraz z imieniem, nazwiskiem oraz numerem indeksu.

1. (4p.) Z talii 52 kart losujemy dwa razy po jednej karcie ze zwracaniem. Czy zdarzenia {za pierwszym razem wyciągnięto trefla}, {za drugim razem nie wyciągnięto trefla}, {wyciągnięto dwie damy} są niezależne parami? Czy są niezależne?

2. (5p.) Statystycznie, 0,04% społeczeństwa choruje na mukowiscydozę. Prawdopodobieństwo wykrycia tej choroby przez tzw. test potowy wynosi 0,9. Wyznaczyć przybliżone prawdopodobieństwo tego, że przy przeprowadzeniu tego testu na grupie 1000 Polaków, mukowiscydoza zostanie wykryta u co najmniej trzech osób. Oszacować błąd związany z przybliżeniem.

3. (5p.) W urnie znajduje się siedem czarnych oraz trzy białe kule. Losujemy kulę z urny: jeśli wyciągnięta kula jest biała, odkładamy ją na bok; w przeciwnym razie kula powraca do urny. Losowanie powtarzamy aż do momentu wyciągnięcia wszystkich białych kul z urny. Wyznaczyć wartość oczekiwaną liczby losowań.

4. Zmienna losowa X ma rozkład jednostajny na przedziale $[-1, 1]$.

(4p.) Wyznaczyć rozkład zmiennej $Y = X^2 + 3$.

(2p.) Czy rozkład Y ma gęstość? Jeśli tak, wyznaczyć ją.

(4p.) Obliczyć wariancję zmiennej $3Y - 4$.

5. Zmienna losowa X ma rozkład o dystrybuancie

$$F(t) = \begin{cases} 0 & \text{jeśli } t < 2, \\ \frac{1}{12}(t-2)^2 & \text{jeśli } 2 \leq t < 5, \\ 1 & \text{jeśli } t \geq 5. \end{cases}$$

(2p.) Obliczyć $\mathbb{P}(X \leq 4 | X \geq 3)$.

(3p.) Obliczyć wartość oczekiwaną zmiennej X .

6. Dwuwymiarowa zmienna losowa (X, Y) ma rozkład z gęstością

$$g(x, y) = 12x^2 1_{\{0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1-x\}}.$$

(3p.) Obliczyć $\mathbb{P}(2X \leq Y)$.

(3p.) Wyznaczyć gęstość rozkładu zmiennej X .

7. (5p.) Zmienne losowe X, Y są całkowalne z kwadratem i spełniają warunki $\text{Var}X = 3$, $\text{Var}Y = 4$, $\text{Cov}(X, Y) = 1$. Wyznaczyć macierz kowariancji zmiennej $(X + 3Y, 2X - Y)$ oraz współczynnik korelacji zmiennych $X + 3Y, 2X - Y$.

Imię i nazwisko

RACHUNEK PRAWDOPODOBIEŃSTWA WNE
Kolokwium, 10 grudnia 2011r., godz. 17:00, grupa D.

Czas trwania: 150 minut. Rozwiązania różnych zadań prosimy pisać na oddzielnych kartkach wraz z imieniem, nazwiskiem oraz numerem indeksu.

1. (4p.) Z talii 52 kart losujemy dwa razy po jednej karcie ze zwracaniem. Czy zdarzenia {za pierwszym razem nie wyciągnięto kara}, {za drugim razem wyciągnięto karo}, {wyciągnięto dwa walety} są niezależne parami? Czy są niezależne?

2. (5p.) Statystycznie, 0,04% społeczeństwa choruje na mukowiscydozę. Prawdopodobieństwo wykrycia tej choroby przez tzw. test potowy wynosi 0,9. Wyznaczyć przybliżone prawdopodobieństwo tego, że przy przeprowadzeniu tego testu na grupie 2000 Polaków, mukowiscydoza zostanie wykryta u co najwyżej dwóch osób. Oszacować błąd związany z przybliżeniem.

3. (5p.) W urnie znajduje się sześć czarnych oraz trzy białe kule. Losujemy kulę z urny: jeśli wyciągnięta kula jest biała, odkładamy ją na bok; w przeciwnym razie kula powraca do urny. Losowanie powtarzamy aż do momentu wyciągnięcia wszystkich białych kul z urny. Wyznaczyć wartość oczekiwaną liczby losowań.

4. Zmienna losowa X ma rozkład jednostajny na przedziale $[-4, 4]$.

(4p.) Wyznaczyć rozkład zmiennej $Y = X^2 + 1$.

(2p.) Czy rozkład Y ma gęstość? Jeśli tak, wyznaczyć ją.

(4p.) Obliczyć wariancję zmiennej $2Y - 2$.

5. Zmienna losowa X ma rozkład o dystrybuancie

$$F(t) = \begin{cases} 0 & \text{jeśli } t < 1, \\ \frac{1}{12}(t-1)^2 & \text{jeśli } 1 \leq t < 4, \\ 1 & \text{jeśli } t \geq 4. \end{cases}$$

(2p.) Obliczyć $\mathbb{P}(X \leq 3 | X \geq 2)$.

(3p.) Obliczyć wartość oczekiwaną zmiennej X .

6. Dwuwymiarowa zmienna losowa (X, Y) ma rozkład z gęstością

$$g(x, y) = 12y^2 1_{\{0 \leq x \leq 1-y, 0 \leq y \leq 1\}}.$$

(3p.) Obliczyć $\mathbb{P}(2X \leq Y)$.

(3p.) Wyznaczyć gęstość rozkładu zmiennej Y .

7. (5p.) Zmienne losowe X, Y są całkowalne z kwadratem i spełniają warunki $\text{Var}X = 4$, $\text{Var}Y = 3$, $\text{Cov}(X, Y) = 1$. Wyznaczyć macierz kowariancji zmiennej $(3X + Y, -X + 2Y)$ oraz współczynnik korelacji zmiennych $3X + Y, -X + 2Y$.