

RP WNE 2016/2017, IX seria zadań domowych (trzy zadania)

Imię i nazwisko Numer indeksu

W zadaniach poniżej, za liczbę k proszę podstawić sumę cyfr w numerze indeksu, za liczbę m - największą cyfrę w numerze indeksu, zaś za liczbę n - najmniejszą cyfrę w numerze indeksu, powiększoną o 1. Proszę zapisać pełne rozwiązania zadań (przekształcenia, podstawienia), a w odpowiednich miejscach wpisać dodatkowo odpowiedzi końcowe (odpowiedź powinna być liczbą w postaci ułamka dziesiętnego zaokrąglonego do czterech miejsc po przecinku).

24. Zmienna losowa (X, Y) ma rozkład z gęstością

$$g(x, y) = \frac{\sqrt{km-1}}{2\pi} \exp\left(-\frac{mx^2 + 2xy + ky^2}{2}\right).$$

Wyznaczyć taką liczbę a , by zmienne $X + Y$ oraz $X + aY$ były niezależne.

Wskazówka: Być może warto użyć własności wielowymiarowego rozkładu normalnego.

ODPOWIEDŹ:

Rozwiązanie:

25. Z urny, zawierającej n kul białych, m kul czarnych i k kul zielonych losujemy n razy po jednej kuli ze zwracaniem. Niech X, Y oznaczają, odpowiednio, liczby białych i czarnych kul wśród wylosowanych. Wyznaczyć $\mathbb{E}(X|Y)$.

Uwaga. Wynik jest pewną funkcją zmiennej Y . Przy podawaniu odpowiedzi końcowej proszę rozwinąć wszystkie addytywne części wyrażenia, uprościć je, a współczynniki przedstawić w formie ułamków dziesiętnych. Przykład: gdyby odpowiedź końcowa wyszła np. $\frac{4}{5}(2 - Y) + \frac{9}{10}Y^2(1 + 2|Y|)$, należałoby zapisać to jako $1,6 - 0,8Y + 0,9Y^2 + 1,8|Y|^3$.

ODPOWIEDŹ:

Rozwiązanie:

26. Dwuwymiarowa zmienna losowa (X, Y) ma rozkład z gęstością

$$g(x, y) = (k + 1)(k + 2)x^k \mathbb{1}_{\{0 \leq x \leq 1 - 2|y|\}}.$$

Obliczyć $\mathbb{E}(mX + nY|Y)$.

Uwaga. Wynik jest pewną funkcją zmiennej Y . Przy podawaniu odpowiedzi końcowej proszę rozwinąć wszystkie addytywne części wyrażenia, uprościć je, a współczynniki przedstawić w formie ułamków dziesiętnych. Przykład: gdyby odpowiedź końcowa wyszła np. $\frac{4}{5}(2 - Y) + \frac{9}{10}Y^2(1 + 2|Y|)$, należałoby zapisać to jako $1,6 - 0,8Y + 0,9Y^2 + 1,8|Y|^3$.

ODPOWIEDŹ:

Rozwiązanie: