

RP WNE 2016/2017, X seria zadań domowych (trzy zadania)

Imię i nazwisko Numer indeksu

W zadaniach poniżej, za liczbę k proszę podstawić sumę cyfr w numerze indeksu, za liczbę m - największą cyfrę w numerze indeksu, zaś za liczbę n - najmniejszą cyfrę w numerze indeksu, powiększoną o 1. Proszę zapisać pełne rozwiązania zadań (przekształcenia, podstawienia), a w odpowiednich miejscach wpisać dodatkowo odpowiedzi końcowe (odpowiedź powinna być liczbą w postaci ułamka dziesiętnego zaokrąglonego do czterech miejsc po przecinku).

27. Z urny zawierającej pięć kul ponumerowanych liczbami od 1 do 5 losujemy k razy ze zwracaniem po jednej kuli. Korzystając z nierówności Czebyszewa-Bienaymé, oszacować z góry prawdopodobieństwo zdarzenia A - suma liczb na wyciągniętych kulach nie będzie należeć do przedziału $(3k - 3m, 3k + 3m)$.

ODPOWIEDŹ:

$$\mathbb{P}(A) \leq$$

Rozwiązanie:

28. Zmienne losowe X_1, X_2, \dots są niezależne i mają rozkład jednostajny na przedziale $[m, k]$. Wyznaczyć granicę, w sensie zbieżności prawie na pewno, ciągu

$$\frac{X_1^n + X_2^n + \dots + X_\ell^n + \ell}{\ell + 2}, \quad \ell = 1, 2, \dots$$

ODPOWIEDŹ:

Rozwiązanie:

29. Dana jest urna, w której w chwili początkowej znajduje się n białych i m czarnych kul. Wykonujemy następującą procedurę, składającą się z nieskończonej liczby kroków. Dla $\ell \geq 1$, w ℓ -tym kroku: jeśli ℓ jest liczbą nieparzystą, dokładamy do urny k żółtych kul, jeśli zaś jest liczbą parzystą, to usuwamy z urny k żółtych kul. Następnie, wyciągamy kulę z urny, oglądamy ją i wrzucamy z powrotem. Dla $\ell = 1, 2, \dots$, niech

$$X_\ell = \begin{cases} 1 & \text{jeśli w } \ell\text{-tym kroku wyciągnięto kulę czarną,} \\ 0 & \text{jeśli w } \ell\text{-tym kroku wyciągnięto kulę białą lub żółtą.} \end{cases}$$

Wyznaczyć granicę, w sensie zbieżności według prawdopodobieństwa, ciągu

$$\frac{X_1 + X_2 + \dots + X_\ell}{\ell}, \quad \ell = 1, 2, \dots$$

ODPOWIEDŹ:

Rozwiązanie: