

RACHUNEK PRAWDOPODOBIENSTWA DLA WNE  
Kolokwium, 12 grudnia 2009r., grupa A

.....  
imię i nazwisko

.....  
nr indeksu

1. (5p.) Z talii 52 kart losujemy bez zwracania pięć. Wyznacz prawdopodobieństwo tego, że wśród tych kart będzie co najmniej jeden pik i co najmniej dwa króle.

2. Dziesięć osób, wśród których są osoby  $O_1, O_2, O_3$  i  $O_4$ , ustawia się losowo w kolejce. Rozważmy zdarzenia  $A$  -  $O_1$  stoi przed  $O_2$ ,  $B$  -  $O_2$  stoi przed  $O_3$  lub przed  $O_1$ ,  $C$  -  $O_3$  stoi przed  $O_4$ .

a) (3p.) Oblicz  $\mathbb{P}(B|A)$ .

b) (5p.) Czy zdarzenia  $A$  i  $C$  są niezależne? Czy zdarzenia  $A, B, C$  są niezależne?

3. Na egzaminie z rachunku prawdopodobieństwa są 3 zadania. Zalicza zrobienie co najmniej dwóch zadań, natomiast gdy student rozwiąże poprawnie tylko jedno zadanie, to dostaje pytanie z teorii, i jeżeli odpowie na nie poprawnie to zalicza. Ania, Antek i Alina uczyli się razem, umieją rozwiązać 50% zadań, ale znają odpowiedzi tylko na 20% pytań teoretycznych. Natomiast Basia i Bartek rozwiązali 20% zadań, za to znają odpowiedź na 50% pytań z teorii.

a) (5p.) Która strategia przygotowywania się do egzaminu jest lepsza, tzn. daje większą szansę na jego zdanie?

b) (4p.) Jaka jest wartość oczekiwana liczby studentów (spośród tej piątki), którzy zdadzą egzamin?

4. Zmienna losowa  $X$  ma rozkład o gęstości

$$g(x) = Cx^2 \mathbf{1}_{[-2,3]}(x).$$

a) (1p.) Wyznacz stałą  $C$ .

b) (2p.) Oblicz  $\mathbb{P}(|X| > 1)$ .

c) (2p.) Odpowiedz na pytanie, czy zmienna losowa  $Y = \min(X, 1)$  ma gęstość. Uzasadnij.

d) (4p.) Oblicz  $\mathbb{E}Y$ , gdzie  $Y$  jest zmienną losową z punktu c).

5. Dystrybuenta zmiennej losowej  $X$  dana jest wzorem:

$$F(t) = \begin{cases} 0 & \text{dla } t < 1, \\ \ln t & \text{dla } 1 \leq t < e, \\ 1 & \text{dla } t \geq e. \end{cases}$$

a) (3p.) Czy ta zmienna losowa ma gęstość? Oblicz ją albo uzasadnij, że gęstość nie istnieje.

b) (6p.) Oblicz wartość oczekiwaną i wariancję zmiennej losowej  $Y = X^2$ .

RACHUNEK PRAWDOPODOBIENSTWA DLA WNE  
Kolokwium, 12 grudnia 2009r., grupa B

.....  
imię i nazwisko

.....  
nr indeksu

1. (5p.) Z talii 52 kart losujemy bez zwracania pięć. Wyznacz prawdopodobieństwo tego, że wśród tych kart będzie co najmniej jeden król i co najmniej dwa piki.

2. Dziesięć osób, wśród których są osoby  $O_1, O_2, O_3$  i  $O_4$ , ustawia się losowo w kolejce. Rozważmy zdarzenia  $A$  -  $O_1$  stoi przed  $O_3$ ,  $B$  -  $O_3$  stoi przed  $O_2$  lub przed  $O_1$ ,  $C$  -  $O_2$  stoi przed  $O_4$ .

a) (3p.) Oblicz  $\mathbb{P}(B|A)$ .

b) (5p.) Czy zdarzenia  $A$  i  $C$  są niezależne? Czy zdarzenia  $A, B, C$  są niezależne?

3. Na egzaminie z rachunku prawdopodobieństwa są 3 zadania. Zalicza zrobienie co najmniej dwóch zadań, natomiast gdy student rozwiąże poprawnie tylko jedno zadanie, to dostaje pytanie z teorii, i jeżeli odpowie na nie poprawnie to zalicza. Krysia i Kacper uczyli się razem, umieją rozwiązać 40% zadań, i znają odpowiedzi tylko na 50% pytań teoretycznych. Natomiast Lucja i Łukasz rozwiązali 50% zadań, i znają odpowiedź na 40% pytań z teorii.

a) (5p.) Która strategia przygotowywania się do egzaminu jest lepsza, tzn. daje większą szansę na jego zdanie?

b) (4p.) Jaka jest wartość oczekiwana liczby studentów (spośród tej czwórki), którzy zdadzą egzamin?

4. Zmienna losowa  $X$  ma rozkład o gęstości

$$g(x) = Cx^2 \mathbf{1}_{[-1,4]}(x).$$

a) (1p.) Wyznacz stałą  $C$ .

b) (2p.) Oblicz  $\mathbb{P}(|X| < 2)$ .

c) (2p.) Odpowiedz na pytanie, czy zmienna losowa  $Y = \max(X, 1)$  ma gęstość. Uzasadnij.

d) (4p.) Oblicz  $\mathbb{E}Y$ , gdzie  $Y$  jest zmienną losową z punktu c).

5. Dystrybuenta zmiennej losowej  $X$  dana jest wzorem:

$$F(t) = \begin{cases} 0 & \text{dla } t < 1, \\ \ln(t^2) & \text{dla } 1 \leq t < \sqrt{e}, \\ 1 & \text{dla } t \geq \sqrt{e}. \end{cases}$$

a) (3p.) Czy ta zmienna losowa ma gęstość? Oblicz ją albo uzasadnij, że gęstość nie istnieje.

b) (6p.) Oblicz wartość oczekiwaną i wariancję zmiennej losowej  $Y = X^2$ .

RACHUNEK PRAWDOPODOBIENSTWA DLA WNE  
Kolokwium, 12 grudnia 2009r., grupa C

.....  
imię i nazwisko

.....  
nr indeksu

1. (5p.) Z talii 52 kart losujemy bez zwracania pięć. Wyznacz prawdopodobieństwo tego, że wśród tych kart będzie co najmniej jeden kier i co najmniej dwie damy.

2. Dziesięć osób, wśród których są osoby  $O_1, O_2, O_3$  i  $O_4$ , ustawia się losowo w kolejce. Rozważmy zdarzenia  $A$  -  $O_2$  stoi przed  $O_1$ ,  $B$  -  $O_1$  stoi przed  $O_2$  lub przed  $O_3$ ,  $C$  -  $O_3$  stoi przed  $O_4$ .

a) (3p.) Oblicz  $\mathbb{P}(B|A)$ .

b) (5p.) Czy zdarzenia  $A$  i  $C$  są niezależne? Czy zdarzenia  $A, B, C$  są niezależne?

3. Na egzaminie z rachunku prawdopodobieństwa są 3 zadania. Zalicza zrobienie co najmniej dwóch zadań, natomiast gdy student rozwiąże poprawnie tylko jedno zadanie, to dostaje pytanie z teorii, i jeżeli odpowie na nie poprawnie to zalicza. Renata, Romek i Radek uczyli się razem, umieją rozwiązać 80% zadań, ale znają odpowiedzi tylko na 50% pytań teoretycznych. Natomiast Staszek rozwiązał 50% zadań, za to zna odpowiedź na 80% pytań z teorii.

a) (5p.) Która strategia przygotowywania się do egzaminu jest lepsza, tzn. daje większą szansę na jego zdanie?

b) (4p.) Jaka jest wartość oczekiwana liczby studentów (spośród tej czwórki), którzy zdadzą egzamin?

4. Zmienna losowa  $X$  ma rozkład o gęstości

$$g(x) = Cx^2 \mathbf{1}_{[-4,3]}(x).$$

a) (1p.) Wyznacz stałą  $C$ .

b) (2p.) Oblicz  $\mathbb{P}(|X| > 2)$ .

c) (2p.) Odpowiedz na pytanie, czy zmienna losowa  $Y = \max(X, 1)$  ma gęstość. Uzasadnij.

d) (4p.) Oblicz  $\mathbb{E}Y$ , gdzie  $Y$  jest zmienną losową z punktu c).

5. Dystrybuenta zmiennej losowej  $X$  dana jest wzorem:

$$F(t) = \begin{cases} 0 & \text{dla } t < 2, \\ \ln \frac{t}{2} & \text{dla } 2 \leq t < 2e, \\ 1 & \text{dla } t \geq 2e. \end{cases}$$

a) (3p.) Czy ta zmienna losowa ma gęstość? Oblicz ją albo uzasadnij, że gęstość nie istnieje.

b) (6p.) Oblicz wartość oczekiwaną i wariancję zmiennej losowej  $Y = X^2$ .

RACHUNEK PRAWDOPODOBIENSTWA DLA WNE  
Kolokwium, 12 grudnia 2009r., grupa D

.....  
imię i nazwisko

.....  
nr indeksu

1. (5p.) Z talii 52 kart losujemy bez zwracania pięć. Wyznacz prawdopodobieństwo tego, że wśród tych kart będzie co najmniej jeden walet i co najmniej dwa kara.

2. Dziesięć osób, wśród których są osoby  $O_1, O_2, O_3$  i  $O_4$ , ustawia się losowo w kolejce. Rozważmy zdarzenia  $A$  -  $O_1$  stoi przed  $O_4$ ,  $B$  -  $O_4$  stoi przed  $O_3$  lub przed  $O_1$ ,  $C$  -  $O_3$  stoi przed  $O_2$ .

a) (3p.) Oblicz  $\mathbb{P}(B|A)$ .

b) (5p.) Czy zdarzenia  $A$  i  $C$  są niezależne? Czy zdarzenia  $A, B, C$  są niezależne?

3. Na egzaminie z rachunku prawdopodobieństwa są 3 zadania. Zalicza zrobienie co najmniej dwóch zadań, natomiast gdy student rozwiąże poprawnie tylko jedno zadanie, to dostaje pytanie z teorii, i jeżeli odpowie na nie poprawnie to zalicza. Jola, Jaś i Jacek uczyli się razem, umieją rozwiązać 80% zadań, oraz znają odpowiedzi na 60% pytań teoretycznych. Natomiast Danką, Dorota i Darek rozwiązali 60% zadań, za to znają odpowiedź na 80% pytań z teorii.

a) (5p.) Która strategia przygotowywania się do egzaminu jest lepsza, tzn. daje większą szansę na jego zdanie?

b) (4p.) Jaka jest wartość oczekiwana liczby studentów (spośród tej szóstki), którzy zdadzą egzamin?

4. Zmienna losowa  $X$  ma rozkład o gęstości

$$g(x) = Cx^2 \mathbf{1}_{[-2,3]}(x).$$

a) (1p.) Wyznacz stałą  $C$ .

b) (2p.) Oblicz  $\mathbb{P}(|X| < 1)$ .

c) (2p.) Odpowiedz na pytanie, czy zmienna losowa  $Y = \min(X, 2)$  ma gęstość. Uzasadnij.

d) (4p.) Oblicz  $\mathbb{E}Y$ , gdzie  $Y$  jest zmienną losową z punktu c).

5. Dystrybuenta zmiennej losowej  $X$  dana jest wzorem:

$$F(t) = \begin{cases} 0 & \text{dla } t < 1, \\ \ln \sqrt{t} & \text{dla } 1 \leq t < e^2, \\ 1 & \text{dla } t \geq e^2. \end{cases}$$

a) (3p.) Czy ta zmienna losowa ma gęstość? Oblicz ją albo uzasadnij, że gęstość nie istnieje.

b) (6p.) Oblicz wartość oczekiwaną i wariancję zmiennej losowej  $Y = X^2$ .