

Przykładowe zagadnienia na czwartą kartkówkę

1. Dwuwymiarowa zmienna losowa (X, Y) ma rozkład z gęstością

$$g(x, y) = 3e^{-x}y^2 1_{[0, \infty)}(x) 1_{[0, 1]}(y).$$

Czy zmienne X, Y są niezależne? Obliczyć $\mathbb{P}(X > Y)$ oraz $\mathbb{E}XY$.

2. Zmienne X, Y są niezależne, przy czym gęstości ich rozkładów są zadane przez

$$g_X(x) = xe^{-x} 1_{[0, \infty)}(x), \quad g_Y(y) = e^{-y} 1_{[0, \infty)}(y).$$

Wyznaczyć gęstość rozkładu zmiennej $X + Y$.

3. Zmienna (X, Y) ma rozkład z gęstością

$$g(x, y) = xe^{-xy} 1_{[0, \infty)}(x) 1_{[1, \infty)}(y).$$

Wyznaczyć rozkłady zmiennych X, Y . Czy są to zmienne niezależne? Obliczyć $\mathbb{P}(X \leq 2Y)$ oraz $\mathbb{E}XY$.

4. Zmienna losowa (X, Y) ma rozkład z gęstością

$$g(x, y) = (x + y) 1_{[0, 1]}(x) 1_{[0, 1]}(y).$$

Obliczyć macierz kowariancji zmiennej (X, Y) .