

RP WNE 2019/2020, VI seria zadań

Uwaga: zadania z tej serii przeznaczone są dla grup mających zajęcia we środę, 13 listopada

1. Zmienna losowa X ma rozkład normalny $\mathcal{N}(0, 1)$. Wyznaczyć rozkłady zmiennych a) e^X , b) X^2 . Czy te rozkłady są ciągłe? W przypadku odpowiedzi twierdzącej, podać gęstość.

2. Wyznaczyć kwantyl rzędu $\rho = 5/16$ dla a) rozkładu wykładniczego z parametrem λ , b) rozkładu Bernoulliego z parametrami 4, 1/2, c) rozkładu Poissona z parametrem 1.

3. Zmienna losowa X ma rozkład zadany przez równości

$$\mathbb{P}(X = -1) = \mathbb{P}(X = 0) = \frac{1}{4}, \quad \mathbb{P}(X = 3) = \frac{1}{3}, \quad \mathbb{P}(X = 5) = \frac{1}{6}.$$

Obliczyć $\mathbb{E}X$ oraz $\mathbb{E}(2X - 1)$.

4. Rozważmy następującą grę. Rzucamy symetryczną monetą do momentu uzyskania orła. Jeśli orzeł pojawił się w n -tym rzucie, wygrywamy $(1, 5)^n$ złotych. Ile warto zapłacić za udział w tej grze? A gdyby wygrana za wyrzucenie orła w n -tym rzucie wynosiła 2^n złotych?

5. Z urny zawierającej n kul ponumerowanych liczbami od 1 do n losujemy dwa razy po jednej kuli ze zwracaniem. Niech X oznacza największy z numerów, który się pojawił na wylosowanych kulach. Wyznaczyć rozkład zmiennej X oraz obliczyć $\mathbb{E}X$.

6. Liczba wypadków danego dnia w pewnym mieście ma rozkład Poissona z parametrem 10 jeśli jest to poniedziałek – piątek oraz rozkład Poissona z parametrem 3 jeśli jest to sobota lub niedziela. Niech X oznacza łączną liczbę wypadków w ustalonym tygodniu. Wyznaczyć $\mathbb{E}X$.

Przykładowe zagadnienia na kartkówkę

Teoria (jaką trzeba znać przychodząc na te ćwiczenia):

1. Podać definicję kwantyla rzędu ρ rozkładu zmiennej losowej X .
2. Podać definicję wartości oczekiwanej zmiennej losowej dyskretnej X .

Zadania (jakie trzeba umieć rozwiązać po tych ćwiczeniach):

3. Zmienna losowa X ma rozkład wykładniczy z parametrem 1. Wyznaczyć gęstość zmiennej losowej $\ln X$.

4. Niech X będzie zmienną losową z rozkładu jednostajnego na odcinku $(0, 1)$, a $Y = \max\{X, \frac{1}{2}\}$. Wyznaczyć kwantyle rzędu $\frac{1}{4}$ i $\frac{3}{4}$ zmiennych X i Y .

5. Zmienna losowa X ma rozkład skoncentrowany na zbiorze $\{1, 2, \dots, 10\}$, zadany przez

$$\mathbb{P}(X = 1) = \frac{1}{2}, \quad \mathbb{P}(X = 2) = \mathbb{P}(X = 3) = \dots = \mathbb{P}(X = 10) = p.$$

Obliczyć p , $\mathbb{E}X$ oraz $\mathbb{E}(4X + 5)$.

6. Zmienna losowa X ma rozkład skoncentrowany na zbiorze $\{2, 4, 6, \dots, 2n\}$, zadany przez $P(X = k) = \frac{1}{n}$. Obliczyć $\mathbb{E}X$ oraz $\mathbb{E}(2X + 1)$.

7. Zmienna losowa X ma rozkład Bernoulliego z parametrami 5 i $\frac{1}{3}$. Wyznaczyć $\mathbb{E}X$ oraz $\mathbb{E}(4X - 1)$.