

RP WNE 2019/2020, XIII seria zadań

1. Rzucono kostką 200 razy. Jakie jest przybliżone prawdopodobieństwo, że suma oczek będzie zawarta w przedziale (700, 750)?

2. Rzucamy symetryczną monetą aż do chwili gdy wyrzucimy 1000 orłów. Jakie jest przybliżone prawdopodobieństwo, że rzucimy więcej niż 2100 razy?

3. Z bankomatu korzysta dziennie 100 osób. Kwoty podejmowanej przez poszczególnych klientów gotówki są niezależnymi zmiennymi losowymi z rozkładu o średniej 300 PLN i odchyleniu standardowym 150. Znaleźć przedział (możliwie krótki), w którym z prawdopodobieństwem $\geq 0,95$ zawierać się będzie całkowita kwota dziennej wypłaty.

4. Pewnego dnia do supermarketu weszło 900 mężczyzn i 900 kobiet. Z prawdopodobieństwem $\frac{1}{2}$, każda osoba zdecyduje się (lub nie) na zakup promocyjnego opakowania czekoladek. Decyzje konsumpcyjne poszczególnych osób są niezależne. Jakie jest przybliżone prawdopodobieństwo, że liczba kobiet, które zdecydowały się na zakup różni się od liczby mężczyzn, którzy podjęli tę decyzję, o nie więcej niż 50?

5. Prawdopodobieństwo, że losowo wybrany wyborca popiera pewnego kandydata na prezydenta wynosi 70%. Ile (niezależnych) osób należy przeankietować, aby z prawdopodobieństwem 0,9 empiryczny odsetek deklaracji poparcia dla tego kandydata nie różnił się od 70% o więcej niż 10 punktów procentowych? Czy można coś powiedzieć o potrzebnej wielkości próby, jeśli nie znamy prawdopodobieństwa poparcia kandydata?

6. W kinie jest 200 wolnych miejsc, teatr może pomieścić 250 widzów. Danego wieczora 400 osób udaje się do jednego z tych dwóch miejsc: każda z osób, niezależnie od pozostałych, wybiera kino lub teatr (każda z możliwości ma prawdopodobieństwo $1/2$). Obliczyć przybliżone prawdopodobieństwo tego, że w kinie i w teatrze nie zabraknie biletów.

7. Liczba studentów przyjętych na pierwszy rok jest zmienną losową o rozkładzie Poissona z parametrem 100. Jeśli liczba ta przekroczy 120, tworzy się 2 grupy wykładowe. Obliczyć przybliżone prawdopodobieństwo (korzystając z CTG), że nie trzeba będzie tworzyć dwóch grup.

Przykładowe zagadnienia na kartkówkę

Teoria, jaką trzeba znać po wykładzie:

0. Sformułować Centralne Twierdzenie Graniczne oraz Twierdzenie de Moivre'a - Laplace'a.

Zadania, jakie trzeba umieć rozwiązać po tych ćwiczeniach:

1. Z urny zawierającej pięć kul ponumerowanych liczbami od 1 do 5 losujemy 500 razy po jednej kuli ze zwracaniem. Jakie jest przybliżone prawdopodobieństwo, że kulę z numerem 1 wylosujemy mniej niż 80 razy?

2. Rzucamy symetryczną kostką aż suma oczek przekroczy 350. Jakie jest przybliżone prawdopodobieństwo, że rzucimy więcej niż 120 razy?

3. Sumujemy 10 000 liczb, każdą zaokrągloną z dokładnością 10^{-3} . Błędy spowodowane przez zaokrąglenia są niezależnymi zmiennymi losowymi o rozkładzie jednostajnym na przedziale $(-10^{-3}/2, 10^{-3}/2)$. Znaleźć przedział (możliwie krótki), do którego z prawdopodobieństwem $\geq 0,95$ będzie należał błąd całkowity (tzn. po zsumowaniu).

4. Rzucamy monetą, dla której prawdopodobieństwo wypadnięcia orła jest nieznanne i wynosi p . Ile razy trzeba powtórzyć to doświadczenie, żeby z prawdopodobieństwem $\geq 0,95$ częstość wypadnięcia orła nie różniła się od p o więcej niż 0,05?

5. Każdy wierzchołek 200-kąta foremnego malujemy niezależnie jednym z trzech kolorów: czerwonym z prawdopodobieństwem $\frac{1}{2}$, niebieskim z prawdopodobieństwem $\frac{1}{3}$, zielonym z prawdopodobieństwem $\frac{1}{6}$. Obliczyć przybliżone prawdopodobieństwo, że liczba czerwonych wierzchołków przekracza 90.