

RP WNE 2019/2020, 0 seria zadań

Kilka przydatnych faktów czyli przypomnienie z analizy i nie tylko

1. Sprawdzić, że:

- $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$ oraz $\binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} = \binom{n+1}{k+1}$ dla $0 \leq k \leq n$;
- $\binom{n}{k} = \frac{n}{k} \binom{n-1}{k-1}$ $0 \leq k \leq n$;
- $(a+b)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^k b^{n-k}$, gdzie $a, b \geq 0$;
- $\sum_{k=0}^{\infty} x^k = \frac{1}{1-x}$ oraz $\sum_{k=1}^{\infty} kx^{k-1} = \frac{1}{(1-x)^2}$.

2. Obliczyć:

- $\sum_{k=1}^n k \binom{n}{k} a^k b^{n-k}$, gdzie $a, b \geq 0$;
- $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{\lambda^k x^k}{k!}$ oraz $\sum_{k=0}^{\infty} k \frac{\lambda^k x^k}{k!}$

3. Wyznaczyć

- $\int_0^{\infty} \exp(-ax) dx$, gdzie $a > 0$;
- $\int_0^{\infty} x e^{-ax} dx$, gdzie $a > 0$;
- $\int_0^1 x^p dx$ gdzie $p > -1$;
- $\int_1^{\infty} x^{-p} dx$, gdzie $p > 1$;
- $\int_0^{\infty} \frac{1}{1+x^2} dx$.
- $\int_0^{\pi} \sin x dx$.

4. Niech A, B, C będą zdarzeniami. Zapisać za pomocą działań na zbiorach zdarzenie „zaszły dokładnie dwa spośród zdarzeń A, B, C ”.

5. Wyjaśnić, co rozumiemy pod pojęciami

- wariacje z powtórzeniami
- wariacje bez powtórzeń
- permutacje
- kombinacje