

## RP WNE 2018/2019, VI seria zadań

*Uwaga: ze względu na różną liczbę zajęć w różnych grupach ćwiczeniowych, zadania z tej serii przeznaczone są dla tych grup, które miały zajęcia w tygodniu 29 października – 2 listopada*

1. Zmienna losowa  $X$  ma rozkład normalny  $\mathcal{N}(0, 1)$ . Wyznaczyć rozkłady zmiennych a)  $e^X$ , b)  $X^2$ . Czy te rozkłady są ciągłe? W przypadku odpowiedzi twierdzącej, podać gęstość.

2. Wyznaczyć kwantyl rzędu  $\rho = 5/16$  dla a) rozkładu wykładniczego z parametrem  $\lambda$ , b) rozkładu Bernoulliego z parametrami 4,  $1/2$ , c) rozkładu Poissona z parametrem 1.

3. Zmienna losowa  $X$  ma rozkład zadany przez równości

$$\mathbb{P}(X = -1) = \mathbb{P}(X = 0) = \frac{1}{4}, \quad \mathbb{P}(X = 3) = \frac{1}{3}, \quad \mathbb{P}(X = 5) = \frac{1}{6}.$$

Obliczyć  $\mathbb{E}X$  oraz  $\mathbb{E}(2X - 1)$ .

4. Rozważmy następującą grę. Rzucamy symetryczną monetą do momentu uzyskania orła. Jeśli orzeł pojawił się w  $n$ -tym rzucie, wygrywamy  $(1, 5)^n$  złotych. Ile warto zapłacić za udział w tej grze? A gdyby wygrana za wyrzucenie orła w  $n$ -tym rzucie wynosiła  $2^n$  złotych?

5. Z urny zawierającej  $n$  kul ponumerowanych liczbami od 1 do  $n$  losujemy dwa razy po jednej kuli ze zwracaniem. Niech  $X$  oznacza największy z numerów, który się pojawił na wylosowanych kulach. Wyznaczyć rozkład zmiennej  $X$  oraz obliczyć  $\mathbb{E}X$ .

6. Liczba wypadków danego dnia w pewnym mieście ma rozkład Poissona z parametrem 10 jeśli jest to poniedziałek – piątek oraz rozkład Poissona z parametrem 3 jeśli jest to sobota lub niedziela. Niech  $X$  oznacza łączną liczbę wypadków w ustalonym tygodniu. Wyznaczyć  $\mathbb{E}X$ .

### Przykładowe zagadnienia na kartkówkę

Teoria (jaką trzeba znać przychodząc na szóste ćwiczenia):

1. Podać definicję kwantyla rzędu  $\rho$  rozkładu zmiennej losowej  $X$ .
2. Podać definicję wartości oczekiwanej zmiennej losowej dyskretnej  $X$ .

Zadania (jakie trzeba umieć rozwiązać po szóstych ćwiczeniach):

3. Zmienna losowa  $X$  ma rozkład wykładniczy z parametrem 1. Wyznaczyć gęstość zmiennej losowej  $\ln X$ .

4. Niech  $X$  będzie zmienną losową z rozkładu jednostajnego na odcinku  $(0, 1)$ , a  $Y = \max\{X, \frac{1}{2}\}$ . Wyznaczyć kwantyle rzędu  $\frac{1}{4}$  i  $\frac{3}{4}$  zmiennych  $X$  i  $Y$ .

5. Zmienna losowa  $X$  ma rozkład skoncentrowany na zbiorze  $\{1, 2, \dots, 10\}$ , zadany przez

$$\mathbb{P}(X = 1) = \frac{1}{2}, \quad \mathbb{P}(X = 2) = \mathbb{P}(X = 3) = \dots = \mathbb{P}(X = 10) = p.$$

Obliczyć  $p$ ,  $\mathbb{E}X$  oraz  $\mathbb{E}(4X + 5)$ .

6. Zmienna losowa  $X$  ma rozkład skoncentrowany na zbiorze  $\{2, 4, 6, \dots, 2n\}$ , zadany przez  $P(X = k) = \frac{1}{n}$ . Obliczyć  $\mathbb{E}X$  oraz  $\mathbb{E}(2X + 1)$ .

7. Zmienna losowa  $X$  ma rozkład Bernoulliego z parametrami 5 i  $\frac{1}{3}$ . Wyznaczyć  $\mathbb{E}X$  oraz  $\mathbb{E}(4X - 1)$ .