

RP WNE 2018/2019, IX seria zadań domowych (trzy zadania)

Imię i nazwisko Numer indeksu

W zadaniach poniżej, za liczbę k proszę podstawić sumę cyfr w numerze indeksu, za liczbę m - sumę dwóch największych cyfr w numerze indeksu, zaś za liczbę n - najmniejszą cyfrę w numerze indeksu, powiększoną o 1. Przykładowo, dla indeksu 609999: $k = 42$, $m = 18$, $n = 1$.

Proszę zapisać pełne rozwiązania zadań (przekształcenia, podstawienia), a w odpowiednich miejscach wpisać dodatkowo odpowiedzi końcowe (odpowiedź powinna być liczbą w postaci ułamka dziesiętnego zaokrąglonego do czterech miejsc po przecinku).

23. Dwuwymiarowa zmienna losowa (X, Y) ma następujący rozkład: $\mathbb{P}((X, Y) = (0, 0)) = (2k)^{-1}$, $\mathbb{P}((X, Y) = (0, 1)) = m^{-1}$, $\mathbb{P}((X, Y) = (1, 0)) = (2k)^{-1}$, $\mathbb{P}((X, Y) = (1, 1)) = 1 - k^{-1} - m^{-1}$. Wyznaczyć najlepsze liniowe przybliżenie zmiennej Y przez zmienną X (w sensie regresji liniowej).

Uwaga: Odpowiedź przedstawić w postaci $Y \sim aX + b$, dla odpowiednich współczynników a , b .

ODPOWIEDŹ:

Rozwiązanie:

24. Dysponujemy kostką, dla której prawdopodobieństwa uzyskania 1, 2, 3, 4 oczek wynoszą $1/k$, prawdopodobieństwo uzyskania 5 oczek jest równe $1/m$, zaś prawdopodobieństwo wyrzucenia 6 oczek wynosi $1 - 4/k - 1/m$. Rzucamy kostką aż do momentu gdy wyrzucimy 1. Niech X oznacza liczbę rzutów, a Y oznacza sumę wyrzuconych liczb oczek (łącznie z ostatnim rzutem). Obliczyć $\mathbb{E}(Y|X = 2)$ oraz $\mathbb{E}(X|Y = 5)$.

ODPOWIEDŹ:

$$\mathbb{E}(Y|X = 2) =$$

$$\mathbb{E}(X|Y = 5) =$$

Rozwiązanie:

25. Dwuwymiarowa zmienna losowa (X, Y) ma rozkład z gęstością $g(x, y) = ne^{-nx} \mathbf{1}_{\{0 \leq y \leq nx\}}$.
Obliczyć $\mathbb{E}(kY + m|X)$.

ODPOWIEDŹ:

Rozwiązanie: