

RP WNE 2018/2019, VII seria zadań domowych (trzy zadania)

Imię i nazwisko ..... Numer indeksu .....

*W zadaniach poniżej, za liczbę  $k$  proszę podstawić sumę cyfr w numerze indeksu, za liczbę  $m$  - sumę dwóch największych cyfr w numerze indeksu, zaś za liczbę  $n$  - najmniejszą cyfrę w numerze indeksu, powiększoną o 1. Przykładowo, dla indeksu 609999:  $k = 42$ ,  $m = 18$ ,  $n = 1$ .*

*Proszę zapisać pełne rozwiązania zadań (przekształcenia, podstawienia), a w odpowiednich miejscach wpisać dodatkowo odpowiedzi końcowe (odpowiedź powinna być liczbą w postaci ułamka dziesiętnego zaokrąglonego do czterech miejsc po przecinku).*

17. Przepytano  $2k + 4$  osoby, z których każda chorowała na odrę, o wiek w którym przebyły tę chorobę. Uzyskano odpowiedzi 11, 11, 12, 12, 13, 13, ...,  $k + 10$ ,  $k + 10$  (każda liczba całkowita pomiędzy 11 a  $k + 10$  pojawia się dwa razy) oraz  $a$ ,  $a$ ,  $a$ ,  $a$ , gdzie  $a$  jest pewną liczbą całkowitą. Wyznaczyć  $a$ , jeśli kwantyl empiryczny rzędu  $m/k$  otrzymanej próbki jest równy  $m + 10$ .

ODPOWIEDŹ:

Rozwiązanie:

18. System chłodzenia pewnej elektrowni wykorzystuje wodę z przepływającej nieopodal rzeki. W celu zabezpieczenia przed niskim poziomem wody w rzece, zarząd elektrowni postanawia wybudować pewną liczbę chłodni kominowych. Wiadomo, że minimalny poziom wody w rzece w roku 2030 modelowany jest za pomocą zmiennej losowej o rozkładzie z gęstością

$$g(x) = m^{-2} [x\mathbb{1}_{[0,m]}(x) + (2m - x)\mathbb{1}_{(m,2m]}(x)].$$

W sytuacji, gdy poziom wody wynosi co najmniej  $n$ , elektrownia może pracować bez użycia chłodni kominowych. Gdy poziom wody jest pomiędzy  $n/2$  a  $n$ , system chłodzenia wymaga użycia dwóch chłodni; w przypadku, gdy poziom spadnie poniżej  $n/2$ , należy uruchomić cztery chłodnie. Niech  $X$  oznacza liczbę chłodni kominowych potrzebnych w 2030 roku w celu zapewnienia ciągłej, niezakłóconej pracy elektrowni. Wyznaczyć wartość oczekiwaną oraz wariancję zmiennej  $X$ .

ODPOWIEDŹ:

$\mathbb{E}X =$

$\text{Var } X =$

Rozwiązanie:

19. Zmienna losowa  $X$  ma rozkład z gęstością  $g(x) = (n + 2)m^{-n-2}x^{n+1}\mathbf{1}_{[0,m]}(x)$ . Obliczyć wariancję zmiennej  $kX + m$ .

ODPOWIEDŹ:

Rozwiązanie: