

RP WNE 2018/2019, III seria zadań domowych (trzy zadania)

Imię i nazwisko Numer indeksu

W zadaniach poniżej, za liczbę k proszę podstawić sumę cyfr w numerze indeksu, za liczbę m - sumę dwóch największych cyfr w numerze indeksu, zaś za liczbę n - najmniejszą cyfrę w numerze indeksu, powiększoną o 1. Przykładowo, dla indeksu 609999: $k = 42$, $m = 18$, $n = 1$.

Proszę zapisać pełne rozwiązania zadań (przekształcenia, podstawienia), a w odpowiednich miejscach wpisać dodatkowo odpowiedzi końcowe (odpowiedź powinna być liczbą w postaci ułamka dziesiętnego zaokrąglonego do czterech miejsc po przecinku).

6. W szkole S_1 uczy się $k(m + 1)$ chłopców oraz $2(n + 5)(m + 1)$ dziewcząt, a w szkole S_2 uczy się $6mk$ chłopców oraz pewna liczba dziewcząt. Wykonujemy następującą dwuetapową procedurę. Najpierw losujemy szkołę, przy czym prawdopodobieństwo wybrania szkoły S_1 wynosi n/k , a prawdopodobieństwo wybrania szkoły S_2 jest równe $1 - n/k$. W drugim kroku losujemy ucznia z wybranej szkoły. Wiadomo, że zdarzenia $A = \{\text{wybrano szkołę } S_1\}$ oraz $B = \{\text{wylosowany uczeń jest chłopcem}\}$ są niezależne. Ile dziewcząt uczy się w szkole S_2 ?

ODPOWIEDŹ:

Rozwiązanie:

7. Na pewnym przedmiocie przewidziano dwie grupy ćwiczeniowe G_1, G_2 , z których każda ma limit 10 osób. Na przedmiot zapisze się dwudziestu studentów i w momencie rejestracji każdy student poda numer grupy, do której chciałby uczęszczać; prośba ta zostanie natychmiast spełniona, jeśli tylko w danej grupie będą jeszcze miejsca. Na podstawie danych historycznych Dziekanat przewiduje, iż grupa G_1 będzie preferowana z prawdopodobieństwem m/k , a grupa G_2 z prawdopodobieństwem $1 - m/k$. Obliczyć prawdopodobieństwo tego, że w momencie gdy jedna z grup się zapełni, w drugiej pozostaną $n + 2$ miejsca wolne.

ODPOWIEDŹ:

Rozwiązanie:

8. W pewnym mieście jest km ulic, wśród których jest ulica Polna. Każdego dnia inspektor wybiera losowo trzy ulice (wybór każdej trójki ulic jest jednakowo prawdopodobny, wybory w różnych dniach są niezależne), a następnie, w godzinach popołudniowych, dokonuje oceny jakości nawierzchni każdej z nich. Dla każdej ulicy prawdopodobieństwo znalezienia uszkodzenia wynosi $1/(n + 20)$; uszkodzenie takie jest natychmiast usuwane tego samego dnia w godzinach nocnych. Korzystając z twierdzenia Poissona, obliczyć przybliżone prawdopodobieństwo tego, iż w trakcie $km(m + 10)$ kolejnych dni ulica Polna będzie remontowana co najmniej dwa razy.

ODPOWIEDŹ:

Rozwiązanie: