

RP WNE 2017 /2018, V seria zadań

Uwaga: ze względu na różną liczbę zajęć w różnych grupach ćwiczeniowych, zadania z tej serii przeznaczone są dla osób mających ćwiczenia w piątki.

1. Czy funkcja $f(x) = (a^2x - 1)\mathbf{1}_{[0,1]}(x)$ może być gęstością prawdopodobieństwa dla pewnego a ? Jeśli tak, wyznaczyć wszystkie możliwe wartości a .

2. Niech X będzie zmienną losową o gęstości $f(x) = ce^{-|x|}$ (tzw. dwustronny rozkład wykładniczy albo rozkład Laplace'a). Wyznaczyć c i $P(X > -1)$.

3. Niech X będzie zmienną losową o rozkładzie jednostajnym na zbiorze $A = [-2, 0] \cup [1, 4]$. Wyznaczyć gęstość zmiennej X oraz $P(X \in (-1, \frac{3}{2}) \cup [3, 5])$. Wyznaczyć $P(X \leq t)$ dla wszystkich wartości $t \in \mathbf{R}$.

4. Niech X_n będzie zmienną losową z rozkładu gamma $\Gamma(n, \lambda)$ dla $n = 1, 2$, czyli rozkładu o gęstości

$$f_n(x) = \begin{cases} \frac{\lambda^n}{(n-1)!} x^{n-1} e^{-\lambda x} & \text{dla } x > 0, \\ 0 & \text{w p.p.} \end{cases}$$

dla pewnego $\lambda > 0$. Sprawdzić, że X_1 ma rozkład wykładniczy. Obliczyć $P(X_n \leq t)$ dla $n = 1, 2$ i dla wszystkich wartości $t \in \mathbf{R}$.

5. Przypuśćmy, że liczba lat, po których nowy samochód nadaje się do złomowania, ma rozkład wykładniczy z parametrem $\frac{1}{3}$. Pan Iksiński kupił dziś używany samochód. Jakie jest prawdopodobieństwo, że samochód nie będzie musiał być złomowany w ciągu najbliższych 3 lat?

6. Rozkład hipergeometryczny. W urnie znajduje się n kul, z których k jest białych, a $n - k$ czarnych. Wyciągamy z urny r kul, bez zwracania. Niech X oznacza liczbę wyciągniętych kul białych. Wyznaczyć rozkład zmiennej X .