

Egzamin poprawkowy z Rachunku Prawdopodobieństwa WNE - 2.03.2016
grupa A

Każde zadanie należy rozwiązać na osobnej kartce, należy oddać 6 kartek. Maksimum punktów można uzyskać za poprawne rozwiązanie 5 zadań z 6. Każde z zadań będzie punktowane w skali 0 – 10pkt. Proszę czytelnie podpisać każdą kartkę imieniem i nazwiskiem oraz numerem indeksu i oznaczyć wersję egzaminu (np. grupa A). Czas trwania egzaminu: 120 min.

1. Klienci pewnego banku dzielą się na oszczędnych i rozrzutnych (tych ostatnich jest 80%). Klient oszczędny odkłada miesięcznie na koncie oszczędnościowym kwotę co najmniej 1000 zł z prawdopodobieństwem 0.6, natomiast klient rozrzutny – z prawdopodobieństwem 0.2. Zakładamy, że kwoty oszczędności jednego klienta w kolejnych miesiącach są niezależne. Na podstawie historii rachunków, bank chciałby zaproponować klientom oszczędnym promocyjne oprocentowanie lokat.
 - (a) Jakie jest prawdopodobieństwo, że losowo wybrany klient banku w ciągu pół roku co najmniej 3 razy przeleje na konto oszczędnościowe co najmniej 1000 zł?
 - (b) Pewien klient w ciągu ostatnich 3 miesięcy dwukrotnie zasilił konto oszczędnościowe kwotą 1000 zł. Jaka jest szansa, że jest to klient oszczędny?

2. Załóżmy, że czas obsługi klienta przez punkt kasowy jest zmienną losową X z rozkładu o gęstości

$$f(x) = cx^2 1_{(0,3)}(x).$$

Przypuśćmy też, że zamiast obserwować zmienną X obserwujemy zmienną $Y = \min\{X, 1\}$.

- (a) Znajdź stałą c .
 - (b) Znajdź rozkład zmiennej Y . Czy jest to rozkład ciągły?
 - (c) Oblicz $\mathbb{E}Y$, $\text{Var}Y$.
 - (d) Wyznacz $\mathbb{E}(Y|X)$.
3. Niech (X, Y) będzie wektorem losowym o gęstości łącznej $g(x, y) = \frac{1}{2\pi} e^{-(x-1)^2/2 + (y-3)^2/2}$.
 - (a) Czy zmienne X i Y są niezależne? Odpowiedź uzasadnij.
 - (b) Wyznacz współczynnik korelacji zmiennych $X + Y$ i $X - Y$.
 - (c) Jaki rozkład ma zmienna $Z = (X - 1)^2 + (Y - 3)^2$?
4. Przypuśćmy, że rozkład łączny zmiennych (X, Y) ma gęstość

$$f(x, y) = \frac{1}{16} 1_{\{(x,y): |x|+2|y|\leq 4\}}.$$

- (a) Wyznacz gęstość warunkową $f_{X|Y}(x|y)$.
 - (b) Wyznacz $\mathbb{E}(X|Y)$.
 - (c) Czy zmienne X, Y są niezależne? Odpowiedź uzasadnij!
 - (d) Czy zmienne X, Y są nieskorelowane?
5. Dwóch przewoźników obsługuje loty na trasie Warszawa-Sztokholm, na której dziennie podróżuje 400 osób. Pasażerowie wybierają przewoźnika losowo (niezależnie od siebie). Jakie jest (w przybliżeniu) prawdopodobieństwo, że jeśli samolot linii "Air X" ma 210 miejsc, to 2 marca zabraknie biletów na lot? Ile miejsc powinno być w samolocie, by z prawdopodobieństwem 0,994 nie zabrakło miejsc dla żadnego chętnego?
6. Pan Adam podróżuje między domem, miejscem pracy, sklepem i centrum rozrywki. Jeśli Pan Adam jest w domu, to z prawdopodobieństwem 1/2 idzie do pracy, a z prawdopodobieństwami 1/4 do sklepu i do centrum rozrywki. Z pracy Pan Adam idzie z prawdopodobieństwami 1/2 do domu i do sklepu. Ze sklepu Pan Adam idzie z prawdopodobieństwem 1/2 do domu a z prawdopodobieństwami 1/4 do sklepu i do centrum rozrywki. Z centrum rozrywki Pan Adam idzie z prawdopodobieństwem 3/4 do domu a z prawdopodobieństwem 1/4 ponownie do centrum rozrywki. Załóżmy, że w chwili początkowej Pan Adam jest w domu.
 - (a) Jakie jest prawdopodobieństwo, że po 10000 przemieszczeń znowu będzie w domu?
 - (b) Ile średnio razy będzie się przemieszczał zanim po raz pierwszy wróci do domu?
 - (c) Jakie jest prawdopodobieństwo, że Pan Adam trafi do pracy zanim trafi do centrum rozrywki?

$$\Phi(0) = 0,5, \Phi(1) \approx 0,841, \Phi(1,5) \approx 0,933, \Phi(2) \approx 0,977, \Phi(2,5) \approx 0,994, \Phi(3) \approx 0,9987, \Phi(4) \approx 0,99997$$

Egzamin poprawkowy z Rachunku Prawdopodobieństwa WNE - 2.03.2016
grupa B

Każde zadanie należy rozwiązać na osobnej kartce, należy oddać 6 kartek. Maksimum punktów można uzyskać za poprawne rozwiązanie 5 zadań z 6. Każde z zadań będzie punktowane w skali 0 – 10pkt. Proszę czytelnie podpisać każdą kartkę imieniem i nazwiskiem oraz numerem indeksu i oznaczyć wersją egzaminu (np. grupa A). Czas trwania egzaminu: 120 min.

1. Klienci pewnego banku dzielą się na oszczędnych i rozrzutnych (tych ostatnich jest 70%). Klient oszczędny odkłada miesięcznie na koncie oszczędnościowym kwotę co najmniej 1500 zł z prawdopodobieństwem 0.6, natomiast klient rozrzutny – z prawdopodobieństwem 0.1. Zakładamy, że kwoty oszczędności jednego klienta w kolejnych miesiącach są niezależne. Na podstawie historii rachunków, bank chciałby zaproponować klientom oszczędnym promocyjne oprocentowanie lokat.
 - (a) Jakie jest prawdopodobieństwo, że losowo wybrany klient banku w ciągu pół roku co najmniej dwa razy przeleje na konto oszczędnościowe co najmniej 1500 zł?
 - (b) Pewien klient w ciągu ostatnich 3 miesięcy tylko raz zasilił konto oszczędnościowe kwotą 1500 zł. Jaka jest szansa, że jest to klient oszczędny?

2. Załóżmy, że czas obsługi klienta przez punkt kasowy jest zmienną losową X z rozkładu o gęstości

$$f(x) = cx^2 1_{(0,4)}(x).$$

Przypuśćmy też, że zamiast obserwować zmienną X obserwujemy zmienną $Y = \min\{X, 2\}$.

- (a) Znajdź stałą c .
 - (b) Znajdź rozkład zmiennej Y . Czy jest to rozkład ciągły?
 - (c) Oblicz $\mathbb{E}Y$, $\text{Var}Y$.
 - (d) Wyznacz $\mathbb{E}(Y|X)$.
3. Niech (X, Y) będzie wektorem losowym o gęstości łącznej $g(x, y) = \frac{1}{2\pi} e^{-(x-2)^2/2 + (y-2)^2/2}$.
 - (a) Czy zmienne X i Y są niezależne? Odpowiedź uzasadnij.
 - (b) Wyznacz współczynnik korelacji zmiennych $X + Y$ i $Y - X$.
 - (c) Jaki rozkład ma zmienna $Z = (X - 2)^2 + (Y - 2)^2$?
4. Przypuśćmy, że rozkład łączny zmiennych (X, Y) ma gęstość

$$f(x, y) = \frac{1}{16} 1_{\{(x,y): 2|x|+|y|\leq 4\}}.$$

- (a) Wyznacz gęstość warunkową $f_{X|Y}(x|y)$.
 - (b) Wyznacz $\mathbb{E}(X|Y)$.
 - (c) Czy zmienne X, Y są niezależne? Odpowiedź uzasadnij!
 - (d) Czy zmienne X, Y są nieskorelowane?
5. Dwóch przewoźników obsługuje loty na trasie Warszawa-Sztokholm, na której dziennie podróżuje 361 osób. Pasażerowie wybierają przewoźnika losowo (niezależnie od siebie). Jakie jest (w przybliżeniu) prawdopodobieństwo, że jeśli samolot linii "Air X" ma 190 miejsc, to 2 marca zabraknie biletów na lot? Ile miejsc powinno być w samolocie, by z prawdopodobieństwem 0,977 nie zabrakło miejsc dla żadnego chętnego?
6. Pan Adam podróżuje między domem, miejscem pracy, sklepem i pubem. Jeśli Pan Adam jest w domu, to z prawdopodobieństwem 1/2 idzie do pracy, a z prawdopodobieństwami 1/4 do sklepu i do pubu. Z pracy Pan Adam idzie z prawdopodobieństwami 1/2 do domu i do sklepu. Ze sklepu Pan Adam idzie z prawdopodobieństwem 1/2 do domu a z prawdopodobieństwami 1/4 do sklepu i do pubu. Z pubu Pan Adam idzie z prawdopodobieństwem 3/4 do domu a z prawdopodobieństwem 1/4 ponownie do pubu. Załóżmy, że w chwili początkowej Pan Adam jest w pracy.
 - (a) Jakie jest prawdopodobieństwo, że po 40000 przemieszczeń znowu będzie w pracy?
 - (b) Ile średnio razy będzie się przemieszczał zanim po raz pierwszy wróci do pracy?
 - (c) Jakie jest prawdopodobieństwo, że Pan Adam trafi do pubu zanim trafi do sklepu?

Egzamin poprawkowy z Rachunku Prawdopodobieństwa WNE - 2.03.2016
grupa C

Każde zadanie należy rozwiązać na osobnej kartce, należy oddać 6 kartek. Maksimum punktów można uzyskać za poprawne rozwiązanie 5 zadań z 6. Każde z zadań będzie punktowane w skali 0 – 10pkt. Proszę czytelnie podpisać każdą kartkę imieniem i nazwiskiem oraz numerem indeksu i oznaczyć wersją egzaminu (np. grupa A). Czas trwania egzaminu: 120 min.

1. Klienci pewnego banku dzielą się na oszczędnych i rozrzutnych (tych ostatnich jest 60%). Klient oszczędny odkłada miesięcznie na koncie oszczędnościowym kwotę co najmniej 2000 zł z prawdopodobieństwem 0.7, natomiast klient rozrzutny – z prawdopodobieństwem 0.1. Zakładamy, że kwoty oszczędności jednego klienta w kolejnych miesiącach są niezależne. Na podstawie historii rachunków, bank chciałby zaproponować klientom oszczędnym promocyjne oprocentowanie lokat.
 - (a) Jakie jest prawdopodobieństwo, że losowo wybrany klient banku w ciągu pół roku co najwyżej dwa razy przeleje na konto oszczędnościowe co najmniej 2000 zł?
 - (b) Pewien klient w ciągu ostatnich 3 miesięcy tylko raz zasilił konto oszczędnościowe kwotą 2000 zł. Jaka jest szansa, że jest to klient rozrzutny?

2. Załóżmy, że czas obsługi klienta przez punkt kasowy jest zmienną losową X z rozkładu o gęstości

$$f(x) = cx^3 1_{(0,3)}(x).$$

Przypuśćmy też, że zamiast obserwować zmienną X obserwujemy zmienną $Y = \min\{X, 1\}$.

- (a) Znajdź stałą c .
 - (b) Znajdź rozkład zmiennej Y . Czy jest to rozkład ciągły?
 - (c) Oblicz $\mathbb{E}Y$, $\text{Var}Y$.
 - (d) Wyznacz $\mathbb{E}(Y|X)$.
3. Niech (X, Y) będzie wektorem losowym o gęstości łącznej $g(x, y) = \frac{1}{2\pi} e^{-(x+1)^2/2 - (y-1)^2/2}$.
 - (a) Czy zmienne X i Y są niezależne? Odpowiedź uzasadnij.
 - (b) Wyznacz współczynnik korelacji zmiennych $X + Y$ i $X - Y$.
 - (c) Jaki rozkład ma zmienna $Z = (X + 1)^2 + (Y - 1)^2$?
4. Przypuśćmy, że rozkład łączny zmiennych (X, Y) ma gęstość

$$f(x, y) = \frac{1}{12} 1_{\{(x,y): 3|x|+|y|\leq 6\}}.$$

- (a) Wyznacz gęstość warunkową $f_{Y|X}(y|x)$.
 - (b) Wyznacz $\mathbb{E}(Y|X)$.
 - (c) Czy zmienne X, Y są niezależne? Odpowiedź uzasadnij!
 - (d) Czy zmienne X, Y są nieskorelowane?
5. Dwóch przewoźników obsługuje loty na trasie Warszawa-Sztokholm, na której dziennie podróżuje 441 osób. Pasażerowie wybierają przewoźnika losowo (niezależnie od siebie). Jakie jest (w przybliżeniu) prawdopodobieństwo, że jeśli samolot linii "Air X" ma 231 miejsc, to 2 marca nie zabraknie biletów na lot? Ile miejsc powinno być w samolocie, by z prawdopodobieństwem 0,977 nie zabrakło miejsc dla żadnego chętnego?
6. Pan Adam podróżuje między domem, miejscem pracy, centrum handlowym i pubem. Jeśli Pan Adam jest w domu, to z prawdopodobieństwem 1/2 idzie do pracy, a z prawdopodobieństwami 1/4 do centrum handlowego i do pubu. Z pracy Pan Adam idzie z prawdopodobieństwami 1/2 do domu i do centrum handlowego. Z centrum handlowego Pan Adam idzie z prawdopodobieństwem 1/2 do domu a z prawdopodobieństwami 1/4 do centrum handlowego i do pubu. Z pubu Pan Adam idzie z prawdopodobieństwem 3/4 do domu a z prawdopodobieństwem 1/4 ponownie do pubu. Załóżmy, że w chwili początkowej Pan Adam jest w centrum handlowym.
 - (a) Jakie jest prawdopodobieństwo, że po 30000 przemieszczeń znowu będzie w centrum handlowym?
 - (b) Ile średnio razy będzie się przemieszczał zanim po raz pierwszy wróci do centrum handlowego?
 - (c) Jakie jest prawdopodobieństwo, że Pan Adam trafi do domu zanim trafi do pubu?

Egzamin poprawkowy z Rachunku Prawdopodobieństwa WNE - 2.03.2016
grupa D

Każde zadanie należy rozwiązać na osobnej kartce, należy oddać 6 kartek. Maksimum punktów można uzyskać za poprawne rozwiązanie 5 zadań z 6. Każde z zadań będzie punktowane w skali 0 – 10pkt. Proszę czytelnie podpisać każdą kartkę imieniem i nazwiskiem oraz numerem indeksu i oznaczyć wersją egzaminu (np. grupa A). Czas trwania egzaminu: 120 min.

1. Klienci pewnego banku dzielą się na oszczędnych i rozrzutnych (tych ostatnich jest 50%). Klient oszczędny odkłada miesięcznie na koncie oszczędnościowym kwotę co najmniej 1200 zł z prawdopodobieństwem 0.9, natomiast klient rozrzutny – z prawdopodobieństwem 0.2. Zakładamy, że kwoty oszczędności jednego klienta w kolejnych miesiącach są niezależne. Na podstawie historii rachunków, bank chciałby zaproponować klientom oszczędnym promocyjne oprocentowanie lokat.

- (a) Jakie jest prawdopodobieństwo, że losowo wybrany klient banku w ciągu pół roku co najwyżej trzy razy przeleje na konto oszczędnościowe co najmniej 1200 zł?
(b) Pewien klient w ciągu ostatnich 3 miesięcy dwa razy zasilił konto oszczędnościowe kwotą 1200 zł. Jaka jest szansa, że jest to klient rozrzutny?

2. Załóżmy, że czas obsługi klienta przez punkt kasowy jest zmienną losową X z rozkładu o gęstości

$$f(x) = cx^3 1_{(0,4)}(x).$$

Przypuśćmy też, że zamiast obserwować zmienną X obserwujemy zmienną $Y = \min\{X, 2\}$.

- (a) Znajdź stałą c .
(b) Znajdź rozkład zmiennej Y . Czy jest to rozkład ciągły?
(c) Oblicz $\mathbb{E}Y$, $\text{Var}Y$.
(d) Wyznacz $\mathbb{E}(Y|X)$.
3. Niech (X, Y) będzie wektorem losowym o gęstości łącznej $g(x, y) = \frac{1}{2\pi} e^{-(x+2)^2/2 - (y-2)^2/2}$.
- (a) Czy zmienne X i Y są niezależne? Odpowiedź uzasadnij.
(b) Wyznacz współczynnik korelacji zmiennych $X + Y$ i $Y - X$.
(c) Jaki rozkład ma zmienna $Z = (X + 2)^2 + (Y - 2)^2$?
4. Przypuśćmy, że rozkład łączny zmiennych (X, Y) ma gęstość

$$f(x, y) = \frac{1}{12} 1_{\{(x,y): |x|+3|y|\leq 6\}}.$$

- (a) Wyznacz gęstość warunkową $f_{Y|X}(y|x)$.
(b) Wyznacz $\mathbb{E}(Y|X)$.
(c) Czy zmienne X, Y są niezależne? Odpowiedź uzasadnij!
(d) Czy zmienne X, Y są nieskorelowane?
5. Dwóch przewoźników obsługuje loty na trasie Warszawa-Sztokholm, na której dziennie podróżują 484 osoby. Pasażerowie wybierają przewoźnika losowo (niezależnie od siebie). Jakie jest (w przybliżeniu) prawdopodobieństwo, że jeśli samolot linii "Air X" ma 264 miejsca, to 2 marca nie zabraknie biletów na lot? Ile miejsc powinno być w samolocie, by z prawdopodobieństwem 0,994 nie zabrakło miejsc dla żadnego chętnego?
6. Pan Adam podróżuje między domem, miejscem pracy, centrum handlowym i barem. Jeśli Pan Adam jest w domu, to z prawdopodobieństwem 1/2 idzie do pracy, a z prawdopodobieństwami 1/4 do centrum handlowego i do baru. Z pracy Pan Adam idzie z prawdopodobieństwami 1/2 do domu i do centrum handlowego. Z centrum handlowego Pan Adam idzie z prawdopodobieństwem 1/2 do domu a z prawdopodobieństwami 1/4 do centrum handlowego i do baru. Z baru Pan Adam idzie z prawdopodobieństwem 3/4 do domu a z prawdopodobieństwem 1/4 ponownie do baru. Załóżmy, że w chwili początkowej Pan Adam jest w barze.
- (a) Jakie jest prawdopodobieństwo, że po 20000 przemieszczeń znowu będzie w barze?
(b) Ile średnio razy będzie się przemieszczał zanim po raz pierwszy wróci do baru?
(c) Jakie jest prawdopodobieństwo, że Pan Adam trafi do centrum handlowego zanim trafi do pracy?

$$\Phi(0) = 0,5, \Phi(1) \approx 0,841, \Phi(1,5) \approx 0,933, \Phi(2) \approx 0,977, \Phi(2,5) \approx 0,994, \Phi(3) \approx 0,9987, \Phi(4) \approx 0,99997$$