

RACHUNEK PRAWDOPODOBIENSTWA WNE
Egzamin poprawkowy, 8 marca 2012 r., godz. 15:00, grupa A

Czas trwania: 180 minut. Rozwiązania różnych zadań prosimy pisać na oddzielnych kartkach wraz z imieniem, nazwiskiem oraz numerem indeksu. Tablice rozkładu normalnego są niepotrzebne, należy operować jego dystrybuantą.

1. W urnie znajduje się 5 prawidłowych monet oraz jedna fałszywa, z dwoma orłami. Z urny wylosowano monetę oraz wykonano nią rzut: wypadł orzeł.

(4p.) Obliczyć prawdopodobieństwo tego, że moneta jest fałszywa.

(5p.) Obliczyć prawdopodobieństwo tego, że jeśli rzucimy tą monetą jeszcze raz, ponownie otrzymamy orła.

2. (7p.) W ciągu pewnego dnia centrala otrzymała 1500 niezależnych zgłoszeń w całkowicie losowych chwilach. Korzystając z twierdzenia Poissona, wyznaczyć przybliżone prawdopodobieństwo tego, że co najmniej dwa zgłoszenia miały miejsce między 9:00 a 9:01. Oszacować błąd związany z przybliżeniem.

3. Zmienne losowe X oraz Y są niezależne, przy czym X ma standardowy rozkład normalny, a Y ma rozkład Poissona z parametrem 2. (5p.) Obliczyć $\mathbb{E}[\mathbb{E}(X^2Y|Y)]$. (4p.) Obliczyć $\mathbb{P}(XY < X)$.

4. Zmienna losowa (X, Y) ma rozkład z gęstością $g(x, y) = \frac{3}{4}y1_{\{0 < x \leq y/2 \leq 1\}}$. (4p.) Obliczyć wartość oczekiwaną X . (5p.) Obliczyć wartość dystrybuanty zmiennej $2X + Y$ w punkcie 2.

5. (8p.) Pewna drużyna rozgrywa 126 spotkań, w każdym meczu zdobywając 0, 1 lub 3 punkty (każdy wynik ma to samo prawdopodobieństwo). Obliczyć przybliżone prawdopodobieństwo, że łączny wynik drużyny będzie większy niż 196 punktów.

6. (9p.) Wysokość pensji pracownika w pewnej korporacji ma rozkład jednostajny na przedziale $[2, 10]$. Wydajność pracownika o pensji p ma rozkład wykładniczy z parametrem p . Niech X oznacza wydajność losowo wybranego pracownika korporacji. Wyznaczyć gęstość zmiennej X .

7. Kierowca pewnej firmy transportowej podróżuje między miastami A , B , C leżącymi w tej właśnie kolejności wzdłuż pewnej szosy. Każdego dnia kierowca otrzymuje zlecenie i albo zostaje w mieście w którym przebywa, albo jedzie do sąsiedniego miasta (lub jednego z sąsiednich miast, jeśli znajduje się w B). Wybór każdego z możliwych miast jest tak samo prawdopodobny, w dniu początkowym kierowca znajduje się w mieście A . (2p.) Wyznaczyć macierz przejścia łańcucha Markowa opisującego przemieszczanie się kierowcy. (5p.) Wyznaczyć rozkład stacjonarny tego łańcucha. (2p.) Obliczyć przybliżone prawdopodobieństwo tego, że w pewnym odległym dniu kierowca będzie w mieście C .

RACHUNEK PRAWDOPODOBIENSTWA WNE
Egzamin poprawkowy, 8 marca 2012 r., godz. 15:00, grupa B

Czas trwania: 180 minut. Rozwiązania różnych zadań prosimy pisać na oddzielnych kartkach wraz z imieniem, nazwiskiem oraz numerem indeksu. Tablice rozkładu normalnego są niepotrzebne, należy operować jego dystrybuantą.

1. W urnie znajduje się 5 prawidłowych monet oraz jedna fałszywa, z dwiema reszkami. Z urny wylosowano monetę oraz wykonano nią rzut: wypadła reszka.

(4p.) Obliczyć prawdopodobieństwo tego, że moneta jest fałszywa.

(5p.) Obliczyć prawdopodobieństwo tego, że jeśli rzucimy tą monetą jeszcze raz, ponownie otrzymamy reszkę.

2. (7p.) W ciągu pewnego dnia centrala otrzymała 1500 niezależnych zgłoszeń w całkowicie losowych chwilach. Korzystając z twierdzenia Poissona, wyznaczyć przybliżone prawdopodobieństwo tego, że co najmniej dwa zgłoszenia miały miejsce między 13:24 a 13:25. Oszacować błąd związany z przybliżeniem.

3. Zmienne losowe X oraz Y są niezależne, przy czym X ma rozkład Poissona z parametrem 2, a Y ma standardowy rozkład normalny. (5p.) Obliczyć $\mathbb{E}[\mathbb{E}(XY^2|X)]$. (4p.) Obliczyć $\mathbb{P}(XY < Y)$.

4. Zmienna losowa (X, Y) ma rozkład z gęstością $g(x, y) = \frac{3}{4}x1_{\{0 < y \leq x/2 \leq 1\}}$. (4p.) Obliczyć wartość oczekiwaną Y . (5p.) Obliczyć wartość dystrybuanty zmiennej $X + 2Y$ w punkcie 2.

5. (8p.) Pewna drużyna rozgrywa 126 spotkań, w każdym meczu zdobywając 0, 1 lub 3 punkty (każdy wynik ma to samo prawdopodobieństwo). Obliczyć przybliżone prawdopodobieństwo tego, że łączny wynik drużyny nie przekroczy 196 punktów.

6. (9p.) Wysokość pensji pracownika w pewnej korporacji ma rozkład jednostajny na przedziale $[3, 8]$. Wydajność pracownika o pensji p ma rozkład wykładniczy z parametrem p . Niech X oznacza wydajność losowo wybranego pracownika korporacji. Wyznaczyć gęstość zmiennej X .

7. Kierowca pewnej firmy transportowej podróżuje między miastami A, B, C leżącymi w tej właśnie kolejności wzdłuż pewnej szosy. Każdego dnia kierowca otrzymuje zlecenie i albo zostaje w mieście w którym przebywa, albo jedzie do sąsiedniego miasta (lub jednego z sąsiednich miast, jeśli znajduje się w B). Wybór każdego z możliwych miast jest tak samo prawdopodobny, w dniu początkowym kierowca znajduje się w mieście B . (2p.) Wyznaczyć macierz przejścia łańcucha Markowa opisującego przemieszczanie się kierowcy. (5p.) Wyznaczyć rozkład stacjonarny tego łańcucha. (2p.) Obliczyć przybliżone prawdopodobieństwo tego, że w pewnym odległym dniu kierowca będzie w mieście A .

RACHUNEK PRAWDOPODOBIENSTWA WNE
Egzamin poprawkowy, 8 marca 2012 r., godz. 15:00, grupa C

Czas trwania: 180 minut. Rozwiązania różnych zadań prosimy pisać na oddzielnych kartkach wraz z imieniem, nazwiskiem oraz numerem indeksu. Tablice rozkładu normalnego są niepotrzebne, należy operować jego dystrybuantą.

1. W urnie znajduje się 6 prawidłowych monet oraz jedna fałszywa, z dwoma orłami. Z urny wylosowano monetę oraz wykonano nią rzut: wypadł orzeł.

(4p.) Obliczyć prawdopodobieństwo tego, że moneta jest fałszywa.

(5p.) Obliczyć prawdopodobieństwo tego, że jeśli rzucimy tą monetą jeszcze raz, ponownie otrzymamy orła.

2. (7p.) W ciągu pewnego dnia centrala otrzymała 1600 niezależnych zgłoszeń w całkowicie losowych chwilach. Korzystając z twierdzenia Poissona, wyznaczyć przybliżone prawdopodobieństwo tego, że co najmniej dwa zgłoszenia miały miejsce między 10:05 a 10:06. Oszacować błąd związany z przybliżeniem.

3. Zmienne losowe X oraz Y są niezależne, przy czym X ma standardowy rozkład normalny, a Y ma rozkład Poissona z parametrem 3. (5p.) Obliczyć $\mathbb{E}[\mathbb{E}(X^2Y|Y)]$. (4p.) Obliczyć $\mathbb{P}(XY \geq X)$.

4. Zmienna losowa (X, Y) ma rozkład z gęstością $g(x, y) = 3x1_{\{0 < x \leq y/2 \leq 1\}}$. (4p.) Obliczyć wartość oczekiwaną Y . (5p.) Obliczyć wartość dystrybuanty zmiennej $2X + Y$ w punkcie 2.

5. (8p.) Pewna drużyna rozgrywa 171 spotkań, w każdym meczu zdobywając 0, 1 lub 3 punkty (z prawdopodobieństwem $1/4$, $1/2$ i $1/4$, odpowiednio). Obliczyć przybliżone prawdopodobieństwo tego, że łączny wynik drużyny będzie większy niż 228 punktów.

6. (9p.) Wysokość pensji pracownika w pewnej korporacji ma rozkład jednostajny na przedziale $[1, 9]$. Wydażność pracownika o pensji p ma rozkład wykładniczy z parametrem p . Niech X oznacza wydażność losowo wybranego pracownika korporacji. Wyznaczyć gęstość zmiennej X .

7. Kierowca pewnej firmy transportowej podróżuje między miastami A , B , C leżącymi w tej właśnie kolejności wzdłuż pewnej szosy. Każdego dnia kierowca otrzymuje zlecenie i albo zostaje w mieście w którym przebywa, albo jedzie do sąsiedniego miasta (lub jednego z sąsiednich miast, jeśli znajduje się w B). Wybór każdego z możliwych miast jest tak samo prawdopodobny, w dniu początkowym kierowca znajduje się w mieście C . (2p.) Wyznaczyć macierz przejścia łańcucha Markowa opisującego przemieszczanie się kierowcy. (5p.) Wyznaczyć rozkład stacjonarny tego łańcucha. (2p.) Obliczyć przybliżone prawdopodobieństwo tego, że w pewnym odległym dniu kierowca będzie w mieście B .

RACHUNEK PRAWDOPODOBIENSTWA WNE
Egzamin poprawkowy, 8 marca 2012 r., godz. 15:00, grupa D

Czas trwania: 180 minut. Rozwiązania różnych zadań prosimy pisać na oddzielnych kartkach wraz z imieniem, nazwiskiem oraz numerem indeksu. Tablice rozkładu normalnego są niepotrzebne, należy operować jego dystrybuantą.

1. W urnie znajduje się 6 prawidłowych monet oraz jedna fałszywa, z dwiema reszkami. Z urny wylosowano monetę oraz wykonano nią rzut: wypadła reszka.

(4p.) Obliczyć prawdopodobieństwo tego, że moneta jest fałszywa.

(5p.) Obliczyć prawdopodobieństwo tego, że jeśli rzucimy tą monetą jeszcze raz, ponownie otrzymamy reszkę.

2. (7p.) W ciągu pewnego dnia centrala otrzymała 1600 niezależnych zgłoszeń w całkowicie losowych chwilach. Korzystając z twierdzenia Poissona, wyznaczyć przybliżone prawdopodobieństwo tego, że co najmniej dwa zgłoszenia miały miejsce między 23:15 a 23:16. Oszacować błąd związany z przybliżeniem.

3. Zmienne losowe X oraz Y są niezależne, przy czym X ma rozkład Poissona z parametrem 3, a Y ma standardowy rozkład normalny. (5p.) Obliczyć $\mathbb{E}[\mathbb{E}(XY^2|X)]$. (4p.) Obliczyć $\mathbb{P}(XY \geq Y)$.

4. Zmienna losowa (X, Y) ma rozkład z gęstością $g(x, y) = 3y1_{\{0 < y \leq x/2 \leq 1\}}$. (4p.) Obliczyć wartość oczekiwaną X . (5p.) Obliczyć wartość dystrybuanty zmiennej $X + 2Y$ w punkcie 2.

5. (8p.) Pewna drużyna rozgrywa 171 spotkań, w każdym meczu zdobywając 0, 1 lub 3 punkty (z prawdopodobieństwem $1/4$, $1/2$ i $1/4$, odpowiednio). Obliczyć przybliżone prawdopodobieństwo tego, że łączny wynik drużyny nie przekroczy 228 punktów.

6. (9p.) Wysokość pensji pracownika w pewnej korporacji ma rozkład jednostajny na przedziale $[3, 11]$. Wydatność pracownika o pensji p ma rozkład wykładniczy z parametrem p . Niech X oznacza wydatność losowo wybranego pracownika korporacji. Wyznaczyć gęstość zmiennej X .

7. Kierowca pewnej firmy transportowej podróżuje między miastami A , B , C leżącymi w tej właśnie kolejności wzdłuż pewnej szosy. Każdego dnia kierowca otrzymuje zlecenie i albo zostaje w mieście w którym przebywa, albo jedzie do sąsiedniego miasta (lub jednego z sąsiednich miast, jeśli znajduje się w B). Wybór każdego z możliwych miast jest tak samo prawdopodobny, w dniu początkowym kierowca znajduje się w mieście B . (2p.) Wyznaczyć macierz przejścia łańcucha Markowa opisującego przemieszczanie się kierowcy. (5p.) Wyznaczyć rozkład stacjonarny tego łańcucha. (2p.) Obliczyć przybliżone prawdopodobieństwo tego, że w pewnym odległym dniu kierowca będzie w mieście C .