Uniwersytet Warszawski
Wydział Matematyki, Informatyki i Mechaniki

Załącznik do Uchwały RW nr 3–40
z dnia 14 kwietnia 2016 roku

NOWY PROGRAM

studiów stacjonarnych pierwszego i drugiego stopnia na kierunku matematyka

Wersja zatwierdzona przez RW

Spis treści

1 Studia pierwszego stopnia (licencjackie)

1.1 Siatka zajęć

Nazwa przedmiotu	Semestr zimowy				Semestr letni				ECTS
	w	ć	lab	zal	w	ć	lab	zal	
I rok studiów									
Analiza matematyczna I.1	60	60		zo					10
Geometria z algebrą liniową I	30	60		zo					8
Wstęp do matematyki	30	30		e					5,5
Wstęp do informatyki I	30	15	15	e					5,5
Podstawy ochrony wł. intelektualnej	4			z					0,5
Szkolenie BHP	4			z					0,5
Analiza matematyczna I.2					60	60		e	10
Geometria z algebrą liniową II					60	60		e	10
Wstęp do informatyki II					30	15	15	e	6
Przedmioty ogólnouniwersyteckie					30				3
Wychowanie fizyczne		30				30			1
Łącznie I rok	158	195	15		150	195	15		60
II rok studiów									
Analiza matematyczna II.1	60	60		e					10
Algebra I	30	45		e					7
Topologia I	30	45		e					7
Analiza matematyczna II.2					30	45		e	7
Matematyka obliczeniowa					30	30	15	e	7
Rachunek prawdopodobieństwa I					30	45		e	7
Równania różniczkowe zwyczajne					30	45		e	7
Przedmioty ogólnouniwersyteckie	30				30				6
Wychowanie fizyczne		30				30			2
Łącznie II rok	120	210			120	225	15		60
III rok studiów									
Statystyka matematyczna	30	30		e					6
Funkcje analityczne	30	30		e					6
Przedmiot fakultatywny 1	30	30		e					6
Przedmiot fakultatywny 2	30	30		e					6
Przedmiot fakultatywny 3					30	30		e	6
Przedmiot fakultatywny 4					30	30		e	6
Przedmiot fakultatywny 5					30	30		e	6
Przedmiot fakultatywny 6					30	30		e	6
Proseminarium (roczne)		30				30			2
Praca licencjacka									6
Egzamin z języka obcego (B2)									2
Praktyki zawodowe									2
Łącznie III rok	120	150			120	150			60
Łącznie studia I stopnia	**1950 godzin zajęć**								**180**

1.2 Wyjaśnienia do siatki zajęć

Równania różniczkowe zwyczajne mogą być także prowadzone w wersji $30 + 30 + 15$, z laboratorium.

Funkcje analityczne są oferowane w obu semestrach.

Statystyka matematyczna to dawna Statystyka I; obowiązuje niezmieniony sylabus przedmiotu.

Wersje rozszerzone (gwiazdkowe) przedmiotów obowiązkowych, a także niektórych przedmiotów fakultatywnych są prowadzone dla chętnych studentów (o ile znajdzie się ich przynajmniej 5) począwszy od drugiego semestru.

Przedmioty ogólnouniwersyteckie można zaliczać w dowolnych dostępnych formach (wykład, wykład z ćwiczeniami, konwersatorium, seminarium etc.).

Języki obce. Studenci studiów stacjonarnych Wydziału MIM *mogą* w ciągu studiów uczęszczać na 240 godzin bezpłatnych zajęć z języka obcego, ale są to zajęcia nieobowiązkowe. Zaliczenie lektoratu i zdobyte dzięki temu punkty, brak tego zaliczenia etc. nie mają **żadnego** wpływu na zaliczanie kolejnych semestrów i lat studiów. Ważny jest tylko egzamin z języka obcego, na poziomie co najmniej średniozaawansowanym B2, wymieniony w siatce zajęć.

Rozliczanie studenta. Studenci I roku studiów stacjonarnych I stopnia na WMIM rozliczani są semestralnie; wszyscy pozostali studenci są rozliczani rocznie.

1.3 Przedmioty fakultatywne tylko dla studiów licencjackich

W skład tej puli przedmiotów wchodzą

1. Algebra II
2. Analiza funkcjonalna
3. Bazy danych
4. Geometria I
5. Geometria II
6. Matematyka dyskretna
7. Mikroekonomia
8. Modele matematyki stosowanej
9. Optymalizacja liniowa (dawniej: Optymalizacja I)
10. Programowanie obiektowe i C++
11. Rachunek prawdopodobieństwa II
12. Systemy decyzyjne
13. Topologia II
14. Wstęp do geometrii różniczkowej (nowy przedmiot)
15. Wstęp do matematyki finansowej i ubezpieczeniowej
16. Wstęp do równań różniczkowych cząstkowych (dawniej: Równania różniczkowe cząstkowe I)
17. Wstęp do teorii gier
18. Wstęp do teorii liczb z elementami kryptografii (nowy przedmiot)
19. Wstęp do układów dynamicznych (nowy przedmiot)

Nowe sylabusy przedmiotów przedstawione są w rozdziale 4. Dla pozostałych przedmiotów (także w przypadku zmian nazw) obowiązują sylabusy, dostępne w systemie USOS.

Uwaga. Student studiów licencjackich na matematyce może zaliczać także wszelkie przedmioty fakultatywne przeznaczone dla studentów studiów magisterskich, także przedmioty dotyczące metodyki nauczania.[1]

[1] Student studiów magisterskich na matematyce może uczęszczać na zajęcia z przedmiotów z powyższej listy, jednak nie uzyskuje z nich punktów ECTS potrzebnych do rozliczenia programu magisterskiego.

2 Studia drugiego stopnia (magisterskie)

2.1 Siatka zajęć

Nazwa przedmiotu	Semestr zimowy				Semestr letni				ECTS
	w	ć	lab	zal	w	ć	lab	zal	
I rok studiów II stopnia									
Fakultatywny / monograficzny 1	30	30		e					6
Fakultatywny / monograficzny 2	30	30		e					6
Fakultatywny / monograficzny 3	30	30		e					6
Fakultatywny / monograficzny 4	30	30		e					6
Fakultatywny / monograficzny 5					30	30		e	6
Fakultatywny / monograficzny 6					30	30		e	6
Fakultatywny / monograficzny 7					30	30		e	6
Fakultatywny / monograficzny 8					30	30		e	6
Seminarium monograficzne		30				30			5,5
Seminarium magisterskie		30				30			5,5
Łącznie I rok	120	180			120	180			60
II rok studiów II stopnia									
Fakultatywny / monograficzny 9	30	30		e					6
Fakultatywny / monograficzny 10	30	30		e					6
Fakultatywny / monograficzny 11					30	30		e	6
Fakultatywny / monograficzny 12					30	30		e	6
Przedmioty ogólnouniwersyteckie		30				30			6
Seminarium monograficzne		30				30			5,5
Seminarium magisterskie		30				30			5,5
Praca magisterska									19
Łącznie II rok	60	150			60	150			60
Łącznie studia II stopnia	**1020 godzin zajęć**								**120**

2.2 Wyjaśnienia do siatki zajęć

Przedmioty ogólnouniwersyteckie można zaliczać w dowolnych dostępnych formach (wykład, wykład z ćwiczeniami, konwersatorium, seminarium etc.), w dowolnie wybranym semestrze studiów drugiego stopnia.

Rozliczanie studenta. Studenci studiów stacjonarnych II stopnia są rozliczani rocznie.

2.3 Ogólne zasady organizacji studiów II stopnia na matematyce

1. Rozpoczynając studia II stopnia na kierunku “Matematyka” student wybiera program magisterski oraz jedną z oferowanych dla tego programu specjalizacji, w ramach której jest zobowiązany zaliczyć w trakcie studiów określony zestaw przedmiotów.
2. Programy magisterskie i specjalizacje są ściśle związane z seminariami magisterskimi. Wybór programu (specjalizacji) określa seminarium lub seminaria magisterskie, na jakie student może zostać przyjęty, natomiast wybór seminarium określa programy lub specjalizacje.

Założenia:

1. Projekt ogólnych zasad organizacji studiów II stopnia ma na celu uporządkowanie tych studiów na kierunku *Matematyka*, w szczególności spowodowanie, by zestaw przedmiotów wybieranych

przez studenta był spójny i pozwalał na nabycie głębszej wiedzy i umiejętności w wybranej przez studenta dziedzinie.

2. Obowiązkowy program (specjalizacja) daje studentowi margines swobody w wyborze pozostałych wykładów: niezależnie od specjalizacji, co najmniej 5 przedmiotów z 12 student ma prawo wybrać dowolnie.
3. Każdy z wykładów wchodzących w skład programu (specjalizacji) powinien znajdować się w corocznej ofercie dydaktycznej WMIM UW — być może poza pierwszym cyklem obowiązywania nowej siatki zajęć.

2.4 Przedmioty fakultatywne dla studiów magisterskich

W skład tej puli przedmiotów wchodzą:

1. Algebra przemienna (nowy)
2. Algebry i grupy Liego (nowy)
3. Algebry skończenie wymiarowe i reprezentacje liniowe (dawniej Algebra III)
4. Analiza numeryczna (dawniej: Matematyka obliczeniowa II)
5. Analiza portfelowa (dawniej: Analiza portfelowa I; zmieniony sylabus)
6. Analiza zespolona
7. Aproksymacja i złożoność (dawniej: dwa różne przedmioty)
8. Ekonometria
9. Geometria algebraiczna
10. Geometria różniczkowa (dawniej: Geometria różniczkowa II; zmieniony sylabus)
11. Grafika komputerowa (dawniej: Grafika komputerowa I)
12. Inżynieria finansowa
13. Jakościowa teoria równań różniczkowych zwyczajnych
14. Języki, automaty i obliczenia
15. Logika matematyczna
16. Matematyka w ubezpieczeniach życiowych
17. Metody algebraiczne geometrii i topologii (nowy)
18. Metody matematyczne nauk przyrodniczych i społecznych (nowy)
19. Metody obliczeniowe w finansach (nowy)
20. Miary ryzyka (nowy)
21. Modele matem. rynku instrumentów poch. I
22. Modele matem. rynku instrumentów poch. II
23. Modele matematyczne biologii i medycyny
24. Modele matematyczne mechaniki klasycznej
25. Modele obliczeń
26. Numeryczne równania różniczkowe
27. Obliczenia naukowe
28. Optymalizacja nieliniowa (dawniej: Optymalizacja II)
29. Procesy stochastyczne
30. Procesy stochastyczne w biologii i naukach społecznych (nowy)
31. Rozmaitości zespolone (nowy)
32. Równania różniczkowe cząstkowe (dawniej: Równania różniczkowe cząstkowe II)
33. Statystyczna analiza danych (dawniej: Statystyka II)
34. Statystyka bayesowska (dawniej: Teoria decyzji statystycznych; zmieniony sylabus)
35. Symulacje stochastyczne
36. Szeregi czasowe (dawniej: Szeregi czasowe I)
37. Teoria liczb
38. Teoria miary
39. Teoria mnogości
40. Teoria ryzyka w ubezpieczeniach
41. Teoria sterowania
42. Topologia algebraiczna (nowy; dawniej: dwa różne przedmioty)
43. Topologia ogólna (nowy)
44. Układy dynamiczne
45. Wstęp do analizy stochastycznej
46. Wybrane zagadnienia analizy funkcjonalnej

Ponadto, dla studentów studiów I i II stopnia dostępne są przedmioty pedagogiczne:

1. Metodyka nauczania algebry
2. Metodyka nauczania geometrii
3. Metodyka nauczania informatyki (dawniej: Metodyka nauczania informatyki I)
4. Metodyka nauczania rachunku prawdopodobieństwa

Nowe sylabusy przedmiotów przedstawione są w rozdziale 5. Dla pozostałych przedmiotów (także w przypadku zmian nazw) obowiązują sylabusy, dostępne w systemie USOS.
Uwaga. Student studiów *licencjackich* na matematyce może zaliczać także wszelkie przedmioty fakultatywne przeznaczone dla studentów studiów magisterskich.

3 Programy dyplomowe (specjalizacje) na studiach magisterskich

Przyjęto założenie, że spośród 12 przedmiotów fakultatywnych i monograficznych, jakie student studiów magisterskich na matematyce powinien zaliczyć na I i II roku studiów, co najwyżej 7 mogą stanowić przedmioty, które student *musi* zaliczyć, żeby wypełnić wymagania danej specjalizacji. Pozostałe przedmioty student ma prawo wybrać dowolnie.

3.1 Metody matematyczne w finansach

Program prowadzi do dyplomu magistra matematyki w zakresie metod matematycznych w finansach.

Seminarium mgr: jedno z poświęconych matematyce finansowej (Matematyka finansowa, Metody probabilistyczne w finansach, Modele matematyczne w finansach)

Przedmioty obowiązkowe

1. Wstęp do analizy stochastycznej
2. Inżynieria finansowa
3. Modele matematyczne instrumentów pochodnych I
4. Analiza portfelowa
5. Metody obliczeniowe w finansach
6. Modele matematyczne instrumentów pochodnych II
7. Miary ryzyka

Uwaga: przedmioty 1.–5. student powinien zaliczyć podczas pierwszego roku studiów magisterskich.

3.2 Metody matematyczne w ubezpieczeniach

Program prowadzi do dyplomu magistra matematyki w zakresie metod matematycznych w ubezpieczeniach.

Seminarium mgr: Matematyka ubezpieczeniowa

Przedmioty obowiązkowe

1. Matematyka w ubezpieczeniach życiowych
2. Teoria ryzyka w ubezpieczeniach
3. Procesy stochastyczne
4. Wstęp do analizy stochastycznej
5. Analiza portfelowa
6. Modele matematyczne rynku instrumentów pochodnych I
7. Inżynieria finansowa

3.3 Analiza w modelach matematycznych nauk przyrodniczych

Program prowadzi do dyplomu magistra matematyki w zakresie matematyki stosowanej.

Seminarium mgr: Równania różniczkowe cząstkowe i ich zastosowania

Przedmioty obowiązkowe

1. Równania różniczkowe cząstkowe
2. Jakościowa teoria równań różniczkowych zwyczajnych

3.4 Metody matematyczne w biologii i naukach społecznych

Program prowadzi do dyplomu magistra matematyki w zakresie matematyki stosowanej.

Seminarium mgr: Modele matematyczne w biologii i naukach społecznych lub Molekularna biologia obliczeniowa. Studenci zaliczający to drugie seminarium są zobowiązani zaliczyć na I roku Wstęp do biologii obliczeniowej.

Przedmioty obowiązkowe

Studenci na pierwszym roku uczestniczą w seminarium monograficznym związanym ze ścieżką, a ponadto zaliczają następujące przedmioty:

1. Metody matematyczne nauk przyrodniczych i społecznych
2. Teoria sterowania
3. Procesy stochastyczne w biologii i naukach społecznych
4. Modele matematyczne biologii i medycyny
5. Co najmniej dwa z następujących przedmiotów:
   - Optymalizacja nieliniowa
   - Teoria informacji
   - Symulacje stochastyczne
   - Wstęp do biologii obliczeniowej[2]

3.5 Matematyka obliczeniowa

Program prowadzi do dyplomu magistra matematyki w zakresie matematyki stosowanej.

Seminarium mgr: Metody numeryczne

Przedmioty obowiązkowe

1. Analiza numeryczna
2. Co najmniej dwa spośród następujących przedmiotów:
   - Aproksymacja i złożoność
   - Grafika komputerowa
   - Metody obliczeniowe w finansach
   - Numeryczne równania cząstkowe
   - Obliczenia naukowe
   - Optymalizacja nieliniowa

[2] Ten przedmiot jest obowiązkowy dla studentów seminarium Molekularna biologia obliczeniowa.

3.6 Statystyka matematyczna

Program prowadzi do dyplomu magistra matematyki w zakresie matematyki stosowanej.
Seminarium mgr: Statystyka matematyczna i jej zastosowania
Przedmioty obowiązkowe

1. Statystyczna analiza danych
2. Statystyka bayesowska
3. Trzy spośród następujących przedmiotów:
    - Ekonometria
    - Obliczenia naukowe
    - Optymalizacja nieliniowa
    - Procesy stochastyczne
    - Symulacje stochastyczne
    - Szeregi czasowe
    - Procesy stochastyczne w biologii i naukach społecznych

3.7 Matematyka ogólna

W ramach programu Matematyka ogólna dostępne są następujące ścieżki dyplomowe (specjalizacje).

3.7.1 Algebra

Seminarium mgr: Klasyczne struktury algebraiczne i ich zastosowania lub Teoria liczb i kryptografia
Przedmioty obowiązkowe

1. Algebra przemienna
2. Algebry skończenie wymiarowe i reprezentacje liniowe
3. Teoria Liczb

3.7.2 Analiza matematyczna, równania różniczkowe i uklady dynamiczne

Seminarium mgr: Analiza matematyczna i równania różniczkowe
Przedmioty obowiązkowe

1. Teoria miary
2. Jakościowa teoria równań różniczkowych zwyczajnych
3. Co najmniej trzy przedmioty z następujących:
    - Analiza zespolona
    - Geometria różniczkowa
    - Modele matematyczne mechaniki klasycznej
    - Równania różniczkowe cząstkowe
    - Teoria sterowania
    - Układy dynamiczne
    - Wybrane zagadnienia analizy funkcjonalnej

3.7.3 Dyskretne metody matematyki i kryptografia

Seminarium mgr: Teoria liczb i kryptografia
Przedmioty obowiązkowe

1. Algebry skończenie wymiarowe i reprezentacje liniowe
2. Teoria liczb

3.7.4 Matematyka elementarna z wyższego punktu widzenia

Seminarium mgr: Wybrane zagadnienia geometrii

Przedmioty obowiązkowe

1. Teoria liczb
2. Popularyzacja matematyki (seminarium monograficzne)

3.7.5 Matematyka w informatyce

Seminarium mgr: Eksploracja danych

Przedmioty obowiązkowe

1. Logika matematyczna
2. Data mining
3. Szeregi czasowe

3.7.6 Rachunek prawdopodobieństwa

Seminarium mgr: Rachunek prawdopodobieństwa

Przedmioty obowiązkowe

1. Procesy stochastyczne
2. Wstęp do analizy stochastycznej

3.7.7 Topologia i geometria rozmaitości

Seminarium mgr: Topologia i geometria rozmaitości

Przedmioty obowiązkowe

1. Metody algebraiczne geometrii i topologii
2. Topologia algebraiczna
3. Algebra przemienna
4. Geometria algebraiczna
5. Geometria różniczkowa
6. Dwa spośród przedmiotów:
    - Algebry i grupy Liego
    - Rozmaitości zespolone
    - Teoria liczb

3.7.8 Topologia i teoria mnogości

Seminarium mgr: Topologia i teoria mnogości

Przedmioty obowiązkowe

1. Teoria mnogości
2. Logika matematyczna
3. Topologia ogólna

4 Nowe sylabusy przedmiotów na studiach licencjackich

4.1 Wstęp do geometrii różniczkowej

Skrócony opis

Wykład stanowi wprowadzenie do podstawowych pojęć geometrii różniczkowej. Zasadniczym punktem odniesienia do omawianych pojęć i źrodłem większości przykładów i zadań na ćwiczenia są krzywe i powierzchnie w $\mathbb{R}^3$.

Pełny opis

1. Krzywizna krzywej gładkiej w przestrzeni euklidesowej, krzywe gładkie w przestrzeni trójwymiarowej: trójnóg Freneta i skręcenie krzywej.
2. Pierwsza forma kwadratowa podrozmaitości gładkiej.
3. Zorientowane hiperpowierzchnie gładkie: przekształcenie Weingartena i druga forma kwadratowa, krzywizna Gaussa i krzywizna średnia.
4. Pochodna kowariantna na podrozmaitości gładkiej, symbole Christoffela, zachowywanie krzywizny Gaussa przez lokalne izometrie powierzchni gładkich w przestrzeni trójwymiarowej – Theorema Egregium Gaussa.
5. Geodezyjne i przesuniecie równoległe na podrozmaitościach gładkich w przestrzeni euklidesowej.
6. Gładkie powierzchnie zorientowane w trójwymiarowej przestrzeni euklidesowej: krzywizna geodezyjna krzywej, przesunięcie równoległe wzdłuż krzywej zamkniętej, twierdzenie Gaussa-Bonneta i jego związek z charakterystyką Eulera.
7. Rozmaitości gładkie: atlasy, przestrzeń styczna, rozmaitości Riemanna. Pochodna kowariantna w ustalonym układzie współrzędnych, krzywizna Gaussa dwuwymiarowej rozmaitości riemannowskiej, istnienie dokładnie jednej liniowej koneksji riemannowskiej.

Literatura

1. C. Bowszyc, J. Konarski, Wstęp go geometrii różniczkowej, Wydawnictwa UW 2007.
2. J. Gancarzewicz, B. Opozda, Wstęp do geometrii różniczkowej, Wydawnictwo UJ 2003.
3. W. Klingenberg, A course in differential geometry, Springer 1978.
4. S. Montiel, A. Ros, Curves and surfaces, Graduate Studies in Mathematics 69, 2005.
5. J. Oprea, Geometria różniczkowa i jej zastosowania, PWN 2002.
6. J.A. Thorpe, Elementary topics in differential geometry, Springer 1979.

Efekty kształcenia

1. Student zna pojęcie krzywizny krzywej gładkiej i umie analizować krzywe za pomocą trójnogu Freneta.
2. Student potrafi opisywać geometrię zorientowanej hiperpowierzchni gładkiej w terminach pierwszej i drugiej formy kwadratowej, krzywizny Gaussa i krzywizny średniej.
3. Student umie wyznaczać symbole Christoffela i pochodną kowariantną na podrozmaitościach gładkich przestrzeni euklidesowej i zna Theoremę Egregium Gaussa.
4. Student zna pojęcie przesunięcia równoległego i równania opisujące geodezyjne na podrozmaitościach gładkich.
5. Student umie wyznaczać krzywiznę geodezyjną krzywych na zorientowanych powierzchniach gładkich w trójwymiarowej przestrzeni euklidesowej, zna twierdzenie Gaussa–Bonneta i jego związek z charakterystyką Eulera.

6. Student zna określenie rozmaitości gładkiej, przestrzeni stycznej do rozmaitości, potrafi wyznaczyć krzywiznę Gaussa dwuwymiarowej rozmaitości riemannowskiej i zna pojęcie liniowej koneksji riemannowskiej na rozmaitości Riemanna.

4.2 Wstęp do teorii liczb z zastosowaniami do krypotografii

Skrócony opis

Podstawowym celem wykładu jest przedstawienie wstępu do teorii liczb, jako jednego z najważniejszych działów matematyki. W dalszej jego części przedstawione są przykłady zastosowania tej teorii do kryptografii oraz teorii kodowania.

Pełny opis

1. Aksjomatyka Peano.
2. Liczby naturalne jako liczebności zbiorów skończonych
3. Informacje o twierdzeniach Gödla
4. Działania arytmetyczne i porządek w zbiorze liczb naturalnych
5. Równoważne sformułowania aksjomatu indukcji
6. Liczby pierwsze i podstawowe twierdzenie arytmetyki.
7. Pierścień liczb całkowitych (definicja, konstrukcja).
8. Największy wspólny dzielnik. Algorytm dzielenia z reszta i algorytm Euklidesa w pierścieniach liczb całkowitych oraz wielomianów jednej zmiennej o współczynnikach z ciała.
9. Efektywność algorytmów całkowitoliczbowych.
10. Problemy decyzyjne, P i NP.
11. Pierścień liczb Gaussa i jego podstawowe własności.
12. Kongruencje modulo m i konstrukcja pierścienia $\mathbb{Z}_m$.
13. Chińskie twierdzenie o resztach.
14. Grupa elementów odwracalnych w $\mathbb{Z}_m$.
15. Twierdzenia Eulera, Wilsona, Fermata (małe),
16. Ciała $\mathbb{Z}_p$ i ciała skończone (ich liczebność i konstrukcje). Ciało o 256 elementach.
17. Test Rabina-Millera i informacje o innych testach pierwszości.
18. Twierdzenie o liczbach pierwszych (bez pełnego dowodu) i o liczbach gładkich.
19. Równania diofantyczne: liniowe.
20. Informacje o ważnych przykładach równań diofantycznych i metodach ich badania.
21. Przykłady historycznych sposobów szyfrowania.
22. Enigma.
23. Cechy szyfrów i wymagania stawiane szyfrom.
24. Współczesne szyfry symetryczne (AES).
25. Szyfry z kluczem publicznym oraz podpisy elektroniczne (systemy RSA oraz ElGamal).
26. Podstawy teorii kodowania.
27. Przykłady kodów liniowych.

Literatura

1. E. Bach, J. Shallit. Algorithmic number theory, MIT 1996.
2. A. Białynicki Birula, M. Skałba. Skrypt do wykładów z teorii liczb i kryptografii (w przygotowaniu), Wydział MIM UW, 2016.
3. G.H. Hardy, E.M. Wright. Introduction to the theory of numbers, Clarendon Press, Oxford 1979 (wydanie piąte).
4. N. Koblitz. Wykład z teorii liczb i kryptografii. WNT, Warszawa 2006.
5. W. Narkiewicz. Teoria liczb. Wyd. Nauk. PWN, Warszawa 2003 (wydanie trzecie).

4.3 Wstęp do układów dynamicznych

Skrócony opis

Wykład stanowi wprowadzenie w niektóre zagadnienia teorii układów dynamicznych na podstawie analizy przykładowych modeli. Opisana jest m.in. dynamika przekształceń na odcinku, okręgu, torusie i płaszczyźnie zespolonej.

Pełny opis

1. Dynamika przekształceń odcinka na przykładzie rodziny kwadratowej – sprzężenie, hiperboliczność, dynamika symboliczna, twierdzenie Szarkowskiego.
2. Homeomorfizmy okręgu – liczba obrotu, twierdzenie Denjoy'a, strukturalna stabilność, własność Morse'a -Smale'a.
3. Dynamika przekształceń torusa – przesunięcia, algebraiczne automorfizmy, rozbicie Markowa.
4. Układy chaotyczne – podkowa Smale'a, przykłady atraktorów, solenoidy, rozmaitości stabilne i niestabilne, hiperboliczność.
5. Miary niezmiennicze, twierdzenie Poincarego o powracaniu, ergodyczność, entropia.
6. Przykłady bilardów – bilard w wielokącie i elipsie.
7. Dynamika holomorficzna – zbiory Julii, zespolona rodzina kwadratowa, zbiór Mandelbrota, zespolona metoda Newtona.
8. Wymiar Hausdorffa i fraktale.

Literatura

1. A. Boyarsky and P. Góra, Laws of chaos. Invariant measures and dynamical systems in one dimension, Birkhauser, 1997.
2. R. Devaney, An introduction to chaotic dynamical systems, Westview Press, 2003.
3. B. Hasselblatt, A. Katok, A first course in dynamics. With a panorama of recent developments, Cambridge University Press, 2003.
4. M. Pollicott and M. Yuri, Dynamical systems and ergodic theory, Cambridge University Press, 1998, http://homepages.warwick.ac.uk/ masdbl/book.html.
5. C. Robinson, Dynamical systems. Stability, symbolic dynamics and chaos, CRC Press, 1998.
6. W. Szlenk, Wstęp do teorii gładkich układów dynamicznych, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, 1982.

Efekty kształcenia

1. Znajomość podstawowych pojęć teorii układów dynamicznych (układ dynamiczny, trajektoria, zbiór graniczny, sprzężenie).
2. Iteracje przekształceń odcinka: Znajomość twierdzenia Szarkowskiego. Znajomość podstawowych informacji o rodzinie kwadratowej (logistycznej).
3. Dynamika homeomorfizmów okręgu: Znajomość pojęcia liczby obrotu i jej własności. Znajomość twierdzenia Denjoy'a.
4. Dynamika przekształceń torusa: Znajomość podstawowych informacji o algebraicznych automorfizmach torusa.
5. Chaotyczne układy dynamiczne: Znajomość twierdzenia Hadamarda-Perrona i definicji rozmaitości stabilnych i niestabilnych, układu hiperbolicznego i atraktora. Znajomość pojęcia kodowania dla podkowy Smale'a. Umiejętność jakościowego przeanalizowania prostych przykładów gładkich układów dynamicznych.
6. Teoria ergodyczna układów dynamicznych: Znajomość definicji miary niezmienniczej i pojęcia ergodyczności. Znajomość podstawowych przykładów układów zachowujących miarę. Znajomość twierdzenie Poincarego o powracaniu.
7. Dynamika holomorficzna: Znajomość pojęcia zbioru Julii i zbioru Mandelbrota. Znajomość podstawowych przykładów dynamiki przekształceń holomorficznych.

5 Nowe sylabusy przedmiotów na studiach magisterskich

5.1 Algebra przemienna

Skrócony opis

Przedmiot stanowi wprowadzenie do algebry przemiennej i jest wymagany do rejestracji na przedmiot geometria algebraiczna. Na wykładzie zostaną wprowadzone pojęcia związane z pierścieniami przemiennymi i modułami nad tymi pierścieniami, i zostaną dowiedzione podstawowe twierdzenia dotyczące tych klas obiektów algebraicznych; ważną klasą rozważanych pierścieni będą pierścienie noetherowskie.

Pełny opis

1. Pierścienie. Ideały pierwsze, ideały maksymalne, prymarne. Nilradykał pierścienia i jego opis jako przecięcia ideałów pierwszych, radykał Jacobsona; nilradynał pierścienia wielomianów. Przykłady: wielomiany, szeregi, pierścienie funkcji ciągłych.
2. Lokalizacja i pierścienie lokalne. Zachowanie się ideałów przy lokalizacji.
3. Moduły. Ciągi dokładne, moduły wolne i projektywne. Lemat Nakayamy. Iloczyn tensorowy i moduły płaskie.
4. Moduły i pierścienie noetherowskie. Moduły z warunkiem skończoności ciągu wstępujących podmodułów i ich własności. Wstępujące ciągi ideałów i skończona generowalność. Rozkladalność elementów na nierozkładalne. Twierdzenie Hilberta o bazie. Lokalizacja jest noetherowska.
5. Skończone rozszerzenia i całkowite domknięcie. Równoważność warunków skończoności, składanie rozszerzeń, całkowite domknięcie, pierścienie normalne. Twierdzenie Noether o normalizacji.
6. Wymiar Krulla (w języku ideałów pierwszych i w języku lematu Noether), wymiar Krulla pierścieni wielomianów. Pierścienie Dedekinda.
7. Twierdzenie Hilberta o zerach. Słabe i mocne twierdzenie o zerach. Zbiory algebraiczne w przestrzeni afinicznej. Rozkład na składowe, topologia Zariskiego. Spektrum pierścienia noetherowskiego, Spec skończenie generowanej algebry nad ciałem, Spec $\mathbb{Z}$.
8. Pierścienie i moduły z gradacją i z filtracją (głównie w $\mathbb{Z}$) i związki między nimi. Funkcja Hilberta, szereg Poincare, ideały jednorodne. Relacja tych pojęć do warunku noetherowskości.

9. Twierdzenie Krulla o przecięciu potęg ideału, lemat Artina-Reesa, topologie I-adyczne, uzupełnienia; liczby p-adyczne i ciało $\mathbb{Q}_p$ jako przykłady.
10. Waluacje (w liczbach całkowitych) i podstawowe własności pierścieni ewaluacji. Normalne pierścienie wymiaru 1 są pierścieniami waluacji. Normalna noetherowska dziedzina jako przecięcie pierścieni waluacji.
11. Ideały pierwsze stowarzyszone z modułem. Rozklady prymarny modułów i ideałów w pierścieniach noethrowskich.

Uwaga: wykładowca decyduje, jak wnikliwie przedstawiać tematy 8–11; w szczególności, temat 11 ma charakter fakultatywny.

Literatura

1. M.F. Atiyah, I.G. MacDonald. Wstep do algebry przemiennej.
2. J. Browkin. Teoria ciał.
3. S. Balcerzyk, T. Józefiak. Algebra Przemienna. (Istnieje przekład angielski).
4. D. Eisenbud. Commutative Algebra with a View Toward Algebraic Geometry. Springer 1995.
5. I. Kaplansky. Commutative Algebra.
6. S. Lang. Algebra, (oba wydania).
7. H. Matsumura. Commutative ring theory
8. M. Reid. Undergraduate commutative algebra.

5.2 Algebry i grupy Liego

Skrócony opis

Klasyczne grupy liniowe, abstrakcyjne grupy Lie, grupy zwarte.

Odpowiedniość grup i algebr Liego, czyli klasyczna teoria Liego. Odwzorowanie Exp.

Abstrakcyjne podejście do algebr Liego. Klasyfikacja prostych algebr Liego

Reprezentacje klasycznych grup i algebr Lie przez najwyższe wagi. Przestrzenie jednorodne.

Pełny opis

1. Przykłady klasycznych grup, ciało kwaternionów i grupa symplektyczna
2. Abstrakcyjne grupy Liego. Niezmiennicze pola wektorowe, odwzorowanie exp, reprezentacja dołączona.
3. Torusy i ich reprezentacje. Torusy maksymalne w zwartej grupie.
4. Algebra Liego stowarzyszona z grupą Liego. Przykłady macierzowe.
5. Odpowiedniość: grupy Liego - algebry Liego, czyli klasyczna teoria Liego.
6. Abstrakcyjne podejście do algebr Liego. Ideały, algebry ilorazowe i odpowiadające im konstrukcje na grupach. Własności grup versus własności algebr.
7. Algebry rozwiązalne, nilpotentne, półproste. Forma Killinga. Kryteria rozwiązalności i półprostoty Cartana.
8. Własności algebr stowarzyszonych ze zwartymi grupami. Niezmienniczy iloczyn skalarny. Zespolone reduktywne grupy liniowe (zdefiniowane jako kompleksyfikacja grup zwartych).
9. Klasyfikacja prostych algebr Lie poprzez systemy pierwiastków.
10. Reprezentacje zwartych grup, charktery reprezentacji.
11. Reprezentacje klasycznych grup/algebr Lie, najwyższe wagi.

12. Reprezentacje grupy $GL(n, \mathbb{C})$. Diagramy Younga. (Informacyjnie: formuła Pieri, formuła Weyla na charakter.)
13. Przestrzenie jednorodne klasycznych grup. Działanie torusa na G/P, punkty stałe, rozkłady na komórki (na przykładzie grassmanianu, przestrzeni flag).

Literatura

1. Adams, J.F. Lectures on Lie groups. 1969
2. Brocker, Theodor; tom Dieck, Tammo. Representations of compact Lie groups. GTM 98, 1985
3. Erdmann K., Wildon M. J. Introduction to Lie Algebras. 2006
4. Fulton, William, Harris, Joe. Representation theory. A first course. 1991
5. Jacobson, Nathan. Lie algebras. 1962 (1979).
6. Knapp, Anthony W. Representation theory of semisimple groups. An overview based on examples 1986 (2001).

Efekty kształcenia

Student zna podstawowe pojęcia teorii grup Liego, algebr Liego i związanej z nimi teorii reprezentacji. W szczególności opanował pojęcia wymienione w opisie przedmiotu.

Wykład stanowi punkt wyjścia do dalszego kształcenia w tej dziedzinie.

5.3 Algebry skończenie wymiarowe i reprezentacje liniowe

Skrócony opis

Wykład ma na celu przedstawienie klasycznych rezultatów dotyczących struktury i teorii reprezentacji liniowych algebr skończonego wymiaru nad ciałem. Omówione będą: odpowiedniość pomiędzy teorią modułów i teorią reprezentacji, moduły proste, radykał algebry i klasyfikacja półprostych algebr łącznych. Podane będą zastosowania do teorii reprezentacji grup skończonych, poprzez rezultaty dotyczące algebr grupowych i teorię charakterów grup. Omówione zostaną przykłady zastosowań. Podane będą podstawowe informacje o skończenie wymiarowych algebrach Lie'go i ich reprezentacjach. Jako narzędzie w tej teorii, omówione zostaną algebry obwiednie i ich własności.

Pełny opis

1. Skończenie wymiarowe algebry łączne nad ciałem.

   Pojęcie i przykłady algebr, algebry skończenie wymiarowe. Algebry proste i algebry z dzieleniem. Moduły nad algebrami łącznymi, moduły półproste i proste. Radykał algebry łącznej. Twierdzenie Wedderburna o strukturze algebr półprostych. Lemat Schura. Struktura skończenie generowanych modułów nad algebrami półprostymi. Algebry grupowe. Twierdzenie Maschke. Moduły nierozkładalne, lemat Fittinga i twierdzenie Krulla-Schmidta.

2. Reprezentacje grup.

   Reprezentacje nieprzywiedlne i całkowicie przywiedlne. Ślady endomorfizmów i charaktery. Ortogonalność charakterów. Rozszerzenia całkowite. Reprezentacje skończonych grup abelowych i grup symetrycznych. Przykłady zastosowań, np. dowód twierdzenia o rozwiązalności grup rzędu $p^k q^n$.

3. Skończenie wymiarowe algebry Lie'go i ich reprezentacje.

   Definicja i przykłady. Radykał rozwiązalny. Algebry półproste oraz informacja o twierdzeniu strukturalnym dla algebr prostych nad ciałem liczb zespolonych. Reprezentacje liniowe. Algebry obwiednie i twierdzenie Poincare-Birkhoffa-Witta. Algebra łączna wolna i „diamond lemma” jako narzędzie w dowodzie.

Literatura

1. J. Browkin, Teoria Reprezentacji Grup Skończonych, PWN Warszawa, 2010.
2. C.W. Curtis, I. Reiner Representation Theory of Finite Groups and Associative Algebras, Interscience Publ. 1962.
3. K. Erdmann, M.J. Wildon, Introduction to Lie Algebras, Springer, 2006.
4. J.E. Humphreys, Introduction to Lie Algebras and Representation Theory, Springer-Verlag, 1980.
5. Y.T. Lam, A First Course in Noncommutative Rings , Springer-Verlag, 1991.
6. Y.T. Lam, Exercises in Classical Ring Theory, Springer-Verlag, 2003.
7. R.S. Pierce, Associative Algebras, Springer-Verlag, 1982.
8. J.-P. Serre, Reprezentacje Liniowe grup skończonych. PWN, Warszawa 1998.

Efekty kształcenia

1. Zna pojęcia algebry, ideału, modułu i podmodułu nad algebrą, a także podstawowe konstrukcje algebr i modułów. Zna pojęcie modułu prostego i półprostego oraz ich charakteryzacje. Potrafi opisywać elementy ideałów i podmodułów generowanych przez zbiory oraz podawac różne przykłady algebr.
2. Zna pojęcie homomorfizmów algebr i modułów oraz twierdzenia o izomorfizmie i zanurzania algebr w algebry macierzy oraz lemat Schura.
3. Zna pojęcie radykału algebry i algebry półprostej oraz twierdzenia Wedderburna i Maschke. Potrafi opisać strukturę skończenie wymiarowych modułów nad skończenie wymiarowymi algebrami półprostymi. Potrafi stosować te pojęcia i fakty do opisu struktury algebr skończenie wymiarowych i klasyfikacji algebr niskiego wymiaru;
4. Zna pojęcie modułu nierozkładalnego, pojęcie algebry lokalnej i związek pomiędzy tymi pojęciami. Zna twierdzenie Krulla-Schmidta.
5. Zna pojęcie reprezentacji grup skończonych i skończenie wymiarowych algebr, reprezentacji nieprzywiedlnych i całkowicie przywiedlnych, reprezentacji regularnej oraz charakteru reprezentacji. Potrafi wyrazić pojęcie reprezentacji grupy w języku modułu nad algebrą grupową tej grupy. Zna twierdzenie o ortogonalności charakterów nieprzywiedlnych reprezentacji zespolonych grup skończonych oraz twierdzenie, że reprezentacje zespolone grupy skończonej, których charaktery są sobie równe, są równoważne. Zna twierdzenie o rozwiązalności grup, których rzędy są iloczynami potęg dwóch liczb pierwszych;
6. Zna podstawowe twierdzenia dotyczące reprezentacji grup skończonych nad ciałem liczb zespolonych oraz związki ich stopni oraz liczby reprezentacji nierównoważnych z odpowiednimi parametrami grup i rozkładu algebr grupowych nad ciałem liczb zespolonych na iloczyn prosty algebr macierzy. Potrafi wykorzystywać te twierdzenia do opisu algebr grupowych grup niskich rzędów;
7. Zna pojęcie skończenie wymiarowej algebry Lie'go i podstawowe przykłady takich algebr. Potrafi opisać algebry Lie'go nad ciałem liczb zespolonych niskiego wymiaru. Zna pojęcie radykału algebry Lie'go i pojęcia algebry prostej i półprostej i potrafi podać przykłady takich algebr. Zna pojęcie formy Killinga i potrafi je zastosować do badania półprostości skończenie wymiarowych algebr Lie'go nad ciałem liczb zespolonych. Zna pojęcie reprezentacji algebry Lie'go. Zna pojęcie algebry obwiedniej i jej podstawowe własności, w tym twierdzenie Poincare-Birkhoffa-Witta.

5.4 Analiza portfelowa

Skrócony opis

Celem wykładu jest przedstawienie podstaw ekonomicznych oraz narzędzi matematycznych służących znajdowaniu optymalnych inwestycji w warunkach niepewności. W ramach wykładu zostaną omówione rozwiązania klasycznego modelu Markowitza w kilku podstawowych wersjach: dla wielu instrumentów ryzykownych, dla instrumentów ryzykownych oraz instrumentu bezryzykownego, zarówno w przypadku braku ograniczeń na krótką sprzedaż jak też w obecności tych ograniczeń. Wprowadzone będą także nowoczesne miary ryzyka VaR i CvaR, omówione ich podstawowe własności oraz wykorzystanie do znajdowania portfeli optymalnych.

Pełny opis

1. Podstawy podejmowania decyzji w warunkach niepewności: relacje preferencji, funkcje użyteczności von Neumanna-Morgensterna, awersja do ryzyka, przykłady popularnych funkcji użyteczności.
2. Ogólny model Markowitza bez ograniczenia na krótką sprzedaż: oczekiwana stopa zwrotu i ryzyko portfela, optymalizacja portfela instrumentów ryzykownych, funkcje preferencji, zadanie optymalizacyjne dla funkcji preferencji, równoważność z klasycznym zagadnieniem Markowitza, granica portfelowa i efektywna, optymalizacja portfela zawierającego instrument bezryzykowny, granica portfelowa i efektywna dla inwestycji z instrumentem bezryzykownym, portfel styczny, twierdzenie o dwóch funduszach (two-fund-theorem), interpretacja granicy efektywnej jako rozwiązania problemu maksymalizacji współczynnika Sharpe'a.
3. Model wyceny dóbr kapitałowych (CAPM): portfele ortogonalne, rynek doskonały, równowaga na rynku kapitałowym, model CAPM, portfel rynkowy, jego związek z portfelem stycznym, twierdzenie CAPM, capital market line, security market line.
4. Portfele optymalne z ograniczeniem na krótką sprzedaż: opis zadania optymalizacyjnego z ograniczeniem na krótką sprzedaż, nieefektywny dowód istnienia rozwiązania, gładkość granicy portfelowej "prawie wszędzie", optymalne portfele z instrumentem bezryzykownym i ograniczemniem na krótką sprzedaż.
5. Estymatory portfeli optymalnych: estymowanie parametrów modelu – średniej i wariancji stóp zwrotu, estymator wag portfela optymalnego dla jednego instrumentu ryzykownego, informacja o estymatorach na rynku wielu instrumentów.
6. Kryterium bezpieczeństwa inwestycji: kryteria Roya, Telsera i Kataoka, koherentne miary ryzyka, VaR i CVaR, CVaR jako koherentna miara ryzyka, koherentność VaR dla rozkładów normalnych, brak koherentności VaR dla ogólnych rozkładów, VaR i CVaR jako miary ryzyka w zadaniu optymalizacji portfela.

Literatura

1. E. J. Elton, M. J .Gruber – Nowoczesna teoria portfelowa i analiza papierow wartosciowych, WIG-Press, Warszawa 1998.
2. R. A. Haugen – Teoria nowoczesnego inwestowania, WIG-Press, Warszawa 1996.
3. G. P. Szegö – Portfolio Theory with Application to Bank Asset Management, Academic Press 1980.
4. J-L. Prigent – Portfolio Optimization and Performance Analysis, Chapman and Hall 2007.

Efekty kształcenia

Wiedza i umiejętności:

1. Rozumie na czym polega problem podejmowania decyzji w warunkach niepewności, zna pojęcia: oczekiwana stopa zwrotu, wie co to są kryteria decyzyjne, zna własności użyteczności oczekiwanej;
2. Zna założenia modelu Markowitza, wie co to są: zbiór możliwości, portfel optymalny, portfel efektywny, łamana portfeli efektywnych, granica portfelowa i efektywna;
3. Umie znajdować granice efektywne dla modelu Markowitza bez ograniczeń na krótką sprzedaż, dla modelu Markowitza z obecnością waloru bezryzykownego i bez ograniczeń na krótką sprzedaż, zna związki między tymi granicami efektywnymi, potrafi wykonać praktyczne obliczenia przynajmniej dla portfela złożonego z dwóch walorów;
4. Wie, jak zmienia się granica efektywna, jeśli w modelu Markowitza wprowadzić ograniczenie na krótką sprzedaż;

5. Zna różnicę między rozwiązaniem modelu Markowitza, w którym maksymalizuje się oczekiwaną stopy zwrotu z portfela, a rozwiązaniem, w którym maksymalizuje się wskaźnik Sharpe'a portfela;
6. Wie, na czym polega estymacja parametrów modelu oraz zna konsekwencje używania estymowanych wartości na otrzymywany portfel efektywny;
7. Zna model wyceny aktywów kapitałowych (CAPM) oraz związane z tym modelem pojęcia: rynek doskonały, równowaga na rynku kapitałowym, portfel rynkowy, zna związek portfela rynkowego z portfelem stycznym, zna najważniejsze zastosowania modelu CAPM w analizie portfelowej (two-fund theorem);
8. Zna pojęcie koherentnej miary ryzyka, zna przykłady takich miar, wie kiedy miara VaR jest koherentną miarą ryzyka, zna konsekwencje stosowania miar VaR oraz CVaR do znajdowania portfeli optymalnych.

Kompetencje społeczne:

1. Rozumie jaką rolę odgrywa analiza portfelowa dla teorii rynków kapitałowych;
2. Rozumie związki między matematycznymi faktami analizy portfelowej a jej ekonomicznymi interpretacjami.

5.5 Aproksymacja i złożoność

Skrócony opis

Kurs jest wprowadzeniem do ogólnej teorii aproksymacji i złożoności obliczeniowej zadań analizy numerycznej. Obejmuje zarówno klasyczną aproksymację wielomianową funkcji gładkich jak i aproksymację bazującą jedynie na informacji częściowej o funkcji. Przedstawione zostaną także konstrukcje algorytmów optymalnych w danym modelu obliczeniowym.

Pełny opis

A. Aproksymacja wielomianowa

1. Ogólne postawienie problemu, charakteryzacja elementów najlepszej aproksymacji
2. Aproksymacja w przestrzeniach Hilberta
3. Wielomiany algebraiczne i trygonometryczne, twierdzenie Weierstrassa
4. Aproksymacja trygonometryczna: operatory Fouriera i Fejera, twierdzenie Korowkina
5. Aproksymacja jednostajna: przestrzenie Haara, twierdzenie o alternansie
6. Twierdzenie o letargu
7. Twierdzenia Jacksona i Bernsteina

B. Złożoność obliczeniowa

1. Ogólny model obliczeniowy: informacja, błąd i koszt algorytmu, złożoność problemu
2. Przypadek pesymistyczny: promień informacji, optymalność algorytmów liniowych
3. Splajny i algorytmy splajnowe
4. Algorytmy adaptacyjne
5. Przypadek asymptotyczny
6. Przypadek randomizacyjny
7. Złożoność wybranych problemów

Literatura

1. E.W. Cheney, Introduction to Approximation Theory, AMS 2000.
2. J.F. Traub, G.W. Wasilkowski, H. Woźniakowski, Information-based Complexity, Academic Press 1988.
3. L. Plaskota, Noisy Information and Computational Complexity", Cambridge Univ. Press, 1996.

Efekty kształcenia

Wiedza i umiejętności:

1. Wie czym zajmuje się teoria aproksymacji i jakie są podstawowe problemy.
2. Zna twierdzenia dotyczące istnienia i jednoznaczności elementów najlepszej aproksymacji oraz aproksymacji w przestrzeniach Hilberta i funkcji ciągłych.
3. Operuje pojęciami z zakresu aproksymacji trygonometrycznej i wielomianowej.
4. Zna twierdzenie o letargu i rozumie jego konsekwencje praktyczne i teoretyczne.
5. Rozumie twierdzenia o błędzie aproksymacji w zależności od regularności funkcji.
6. Zna modele złożoności obliczeniowej, odróżnia koszt algorytmu od złożoności zadania. Wie co to jest błąd i koszt algorytmu w przypadku pesymistycznym.
7. Rozumie problem adaptacji i zna optymalne własności algorytmów splajnowych.
8. Zna przypadek asymptotyczny i jego związki z przypadkiem pesymistycznym.
9. Rozumie istotę algorytmów randomizacyjnych, ich zalety i wady.
10. Potrafi przeprowadzić analizę złożoności przykładowych problemów.

Kompetencje społeczne:

1. Rozumie znaczenie aproksymacji w pracy badawczej w naukach przyrodniczych,
2. Rozumie konieczność badania złożoności obliczeniowej w rozwiązywaniu problemów rzeczywistych.

5.6 Geometria różniczkowa

Skrócony opis

Wykład poświęcony jest omówieniu następujących pojęć i ich własności:

- Rozmaitości gładkie i przekształcenia gładkie.
- Pola wektorowe, formy różniczkowe, wiązki wektorowe. Koneksje, metryki riemannowskie, geodezyjne, krzywizna.
- Grupy i algebry Liego.

Pełny opis

1. Rozmaitości gładkie i przekształcenia gładkie.
2. Twierdzenie Sarda. Lemat Morse'a.
3. Wiązki wektorowe na rozmaitościach. Wiązka styczna i kostyczna. Wiązki tensorowe.
4. Pola wektorowe, komutator, alegebra Liego pól wektorowych. Twierdzenie Frobeniusa.
5. Formy różniczkowe. Różniczka zewnętrzna, kohomologie de Rhama.
6. Koneksja afiniczna. Przeniesienie równoległe. Geodezyjne.
7. Rozmaitości riemannowskie i koneksja wyznaczona przez metrykę Riemanna.
8. Tensor krzywizny. Krzywizna sekcyjna i skalarna.
9. Rozmaitości geozezyjnie zupełne. Twierdzenie Hopfa-Rinowa.

10. Rozmaitości o stałej krzywiźnie (Space Form Problem).
11. Algebry i grupy Liego. Algebra pól lewoniezmienniczych, podgrupy jednoparametrowe i odwzorowanie exp. Odpowiedniość między grupami i algebrami.

Literatura

1. A. Białynicki-Birula. Skrypt wykładów.
   `http://www.mimuw.edu.pl/~bbirula/matdyd/g_roz99_00/wyk1.pdf`
2. S. Sternberg. Lectures on Differential Geometry. Prentice–Hall, Englewood Cliffs, N.J., 1964.
3. T. Aubin. A Course in Differential Geometry. AMS, Graduate Studies in Mathematics, vol. 27, 2001.

Efekty kształcenia

Student zna podstawowe pojęcia współczesnej geometrii różniczkowej na abstrakcyjnej (nie zanurzonej) rozmaitości. W szczególności opanował pojęcia wymienione w opisie przedmiotu.

Wykład stanowi punkt wyjścia do dalszego kształcenia w tej dziedzinie.

5.7 Metody algebraiczne geometrii i topologii

W roku akademickim 2016/17 jeszcze pod dotychczasową nazwą *Topologia algebraiczna I*.

Skrócony opis

Podstawowe pojęcia teorii kategorii, kategorie addytywne i abelowe; Iloczyn tensorowy w kategorii modułów. Moduły projektywne, injektywne i rezolwenty. Grupy z gradacją; kompleksy łańcuchowe i ich homologie. Funktory pochodne Hom i produktu tensorowego. Presnopy, snopy i ich kohomologie. Kohomologie symplicjalne i kohomologie Cecha. Nakrycia i wiązki główne; interpretacja kohomologiczna.

W przypadku udziału słuchaczy obcojęzycznych wykład jest prowadzony po angielsku.

Pełny opis

1. Podstawowe pojęcia teorii kategorii: kategoria, funktor, transformacje naturalne, funktory dołączone, lemat Yonedy, granice proste i odwrotne diagramów. Kategorie addytywne i abelowe. Przykłady z teorii grup i topologii. Grupoidy. Presnopy i zbiory symplicjalne jako przykłady funktorów.
2. Kategoria modułów nad pierścieniem jako przykład kategorii abelowej. Pierścień grupowy. Iloczyn tensorowy modułów (także w przypadku nieprzemiennym). Moduły wolne, projektywne i injektywne, rezolwenty. Uogólnienie na kategorie abelowe.
3. Grupy z gradacją, filtracją i różniczką. Kompleksy łańcuchowe i ich homologie. Homotopia łańcuchowa. Funktory pochodne funktorów określonych na kategorii abelowej.
4. Funktory pochodne Hom i iloczynu tensorowego oraz granicy odwrotnej. Interpretacja w terminach rozszerzeń. Twierdzenie o współczynnikach uniwersalnych i tw. Kunnetha.
5. Kompleksy symplicjalne i ich homologie. Nerw pokrycia. Kohomologie Cecha pokrycia. Presnopy miękkie i rozkład jedności wpisany w pokrycie. Kohomologie Cecha przestrzeni topologicznej.
6. Presnopy i snopy. Przestrzeń snopa. Obraz prosty i odwrotny snopa. Kohomologie snopa jako funktor pochodny funktora przekrojów globalnych. Porównanie z kohomolgiami Cecha.
7. Wiązki lokalnie trywialne, wektorowe, główne i przestrzenie nakrywające. Projektywność modułu przekrojów wiązki wektorowej. Grupa podstawowa. Klasyfikacja wiązek w terminach kohomologicznych (kocykle). Pierwsza klasa Stiefela-Whitney (odp. klasa Cherna) wiązek liniowych rzeczywistych (odp. zespolonych).

Literatura

1. Bredon, G. Sheaf Theory. GTM 170. Springer.
2. Bredon, G. Topology and Geometry, Graduate Texts in Mathematics 139, Springer Verlag, New York 1993.
3. Hatcher, A. Algebraic Topology. Cambridge University Press, Cambridge 2002.
4. Fulton, W. Algebraic Topology. A First Course. GTM 153. Springer
5. Gelfand, S.I., Manin, Yu.I. Methods of Homological Algebra. Springer Monographs in Mathematics 2002
6. Husemoller, D. Fibre bundles. Third Edition. GTM 20. Springer.
7. S. Mac Lane, Homology Grundlehren 114, Springer 1963
8. Spanier, E. Algebraic Topology McGraw-Hill
9. Weibel, Ch Homological Algebra

Efekty kształcenia

Absolwent przedmiotu powinien:

- umieć sformułować pojęcia i twierdzenia wchodzące do programu oraz wyjaśnić je na podstawie przykładów i podać wybrane dowody;
- dostrzegać kategoryjną naturę obiektów matematycznych, z którymi zapoznaje się na innych przedmiotach;
- zilustrować związki teorii snopów oraz wiązek głównych z zagadnieniami omawianymi w ramach innych przedmiotów.

5.8 Metody matematyczne nauk przyrodniczych i społecznych

Skrócony opis

Celem wykładu jest przedstawienie podstawowych metod układów dynamicznych i teorii równań różniczkowych cząstkowych niezbędnych do współczesnego opisu zjawisk przyrodniczych i społecznych. Tak, jak w dawnych czasach, *metody matematyczne fizyki* były podstawą opisu świata zjawisk fizycznych, tak współcześnie ważne jest by uwypuklić bazowe sposoby matematyczne potrzebne w opisie zjawisk w naukach przyrodniczych i społecznych. Metody odnoszą się do nieliniowych równań typowych dla opisu takich zjawisk.

Pełny opis

Celem wykładu jest przedstawienie podstawowych metod układów dynamicznych i teorii równań różniczkowych cząstkowych niezbędnych do współczesnego opisu zjawisk przyrodniczych i społecznych. Tak, jak w dawnych czasach, *metody matematyczne fizyki* były podstawą opisu świata zjawisk fizycznych, tak współcześnie ważne jest by uwypuklić bazowe sposoby matematyczne potrzebne w opisie zjawisk w naukach przyrodniczych i społecznych. Metody odnoszą się do nieliniowych równań typowych dla opisu takich zjawisk. W szczególności zostaną omówione:

1. Twierdzenie Poincarégo–Bendixsona; przykłady.
2. Twierdzenie Grobmana–Hartmana.
3. Metody małego parametru, zaburzenia osobliwe
   (a) Warstwa początkowa, warstwa brzegowa, fala uderzeniowa;
   (b) Teoria Tichonowa–Wasil'evej;
   (c) Przykłady.
4. Prawa zachowania, równanie adwekcji, metody charakterystyk

(a) Równanie McKendricka–Von Foerstera;
(b) Równania ruchu drogowego;
(c) Rowiązania nieciągłe; Warunki Rankine'a–Hugoniota; fale uderzeniowe;

5. Procesy dyfuzji
   (a) Losowy ruch;
   (b) Nielinowa dyfuzja;
   (c) Metody podobieństwa;
   (d) Metody biegnących fal.
6. Równania reakcji–dyfuzji
   (a) Równanie Fishera;
   (b) Równanie Burgersa;
   (c) Równania chemotaksji;
   (d) Modele rozprzestrzeniania się chorób;
   (e) Istnienie, jednoznaczność, zasada maksimum, metody porównawcze;
   (f) Oszacowania energetyczne i zachowanie asymptotyczne;
   (g) Wzorce przestrzenne.
7. Teoria półgrup;
8. Chaos deterministyczny;

Efekty kształcenia

1. Zna podstawowe struktury matematyczne odpowiadające procesom biologicznym, medycznym i społecznym, w tym
   (a) Prawa zachowania, równanie adwekcji;
   (b) Równanie McKendricka–Von Foerstera;
   (c) Równania ruchu drogowego;
   (d) Równania reakcji–dyfuzji;
   (e) Równanie Fishera;
   (f) Równanie Burgersa;
   (g) Równania chemotaksji;
   (h) Modele rozprzestrzeniania się chorób;
2. Potrafi przeprowadzić analizę matematyczną modelu stosując techniki
   (a) Twierdzenie Poincarégo–Bendixsona;
   (b) Twierdzenie Grobmana–Hartmana;
   (c) Metody małego parametru, zaburzenia osobliwe;
   (d) Warstwa początkowa, warstwa brzegowa, fala uderzeniowa;
   (e) Teoria Tichonowa–Wasil'evej;
   (f) Metody charakterystyk;
   (g) Metody podobieństwa;
   (h) Metody biegnących fal;
   (i) Istnienie, jednoznaczność, zasada maksimum, metody porównawcze;
   (j) Oszacowania energetyczne i zachowanie asymptotyczne;
   (k) Wzorce przestrzenne
   (l) Teoria półgrup

(m) Chaos deterministyczny

3. Kompetencje społeczne:

   (a) Umie nawiązywać dialog z przedstawicielami nauk przyrodniczych i społecznych.
   (b) Potrafi propagować matematykę, jako główne narzędzie poznania rzeczywistości.
   (c) Jest w stanie dostosować metody matematyczne do wybranego zagadnienia z nauk przyrodniczych i społecznych.

5.9 Metody obliczeniowe w finansach

Skrócony opis

Celem wykładu jest przedstawienie podstawowych metod wyceny instrumentów finansowych. Na wykładzie będą omawiane metody drzewa dwumianowych, metody Monte Carlo oraz numeryczne rozwiązania równania Blacka-Scholesa. Wykład będzie zawierał niezbędne wiadomości teoretyczne na temat zbieżności schematów numerycznych rozwiązywania stochastycznych równań Ito, podstawowe wiadomości o analitycznych własnościach równań parabolicznych oraz o zbieżności schematów numerycznych dla tych równań. Teoretyczny materiał wykładu będzie ilustrowany przykładami zastosowania omawianych metod do wyceny konkretnych instrumentów finansowych.

Pełny opis

1. Numeryczne metody wyceny instrumentów fiansowych. Drzewa dwumianowe, metody Monte Carlo, numeryczne rozwiązania równania Blacka-Scholesa.
2. Wprowadzenie do metod Monte Carlo. Generowanie liczb pseudo-losowych. Ciągi o małej dyskrepancji (Haltona, Sobola) i metoda Quasi Monte Carlo. Generatory o rozkładzie jednostajnym. Generatory innych rozkładów, metody znajdowania innych rozkładów z rozkładu jednostajnego: metoda odwracania dystrybuanty, metoda akceptacji-odrzucenia, metoda przekształceń.
3. Rozwiązanie stochastycznych równań Ito metodą dyskretyzacji: schematy Eulera i Milsteina. Słaba i silna zbieżność rozwiązań. Rząd zbieżności. Dowody zbieżności dla schematu Eulera. Informacje o zbieżności schematu Milsteina.
4. Metody redukcji wariancji: zmienne antytetyczne, zmienne kontrolne, losowanie istotne. Przykład: obliczanie VaR portfela inwestycyjnego.
5. Przykłady wykorzystania metody Monte Carlo: opcje azjatyckie, opcje barierowe – metoda mostu Browna, wyznaczanie współczynników wrażliwości (greckich parametrów).
6. Równanie różniczkowe Blacka-Scholesa i jego matematyczna analiza. Definicja liniowego operatora eliptycznego i parabolicznego. Zasada maksimum. Pierwszy, drugi i trzeci problem brzegowy dla równań parabolicznych. Dowód istnienia i jednoznaczności rozwiązania dla pierwszego problemu brzegowego. Istnienie rozwiązań nieujemnych. Zasada porównawcza.
7. Metoda różnic skończonych dla liniowych równań parabolicznych. Schematy jawny, niejawny i Crank-Nicolson. Stabilność schematu – warunek CFL. Dowody aproksymacji i zbieżności schematów. Rząd zbieżności. Problemy generowane przez występowanie pierwszych pochodnych: oscylacje rozwiązania, schematy „upwind”. Rozwiązywanie równania Blacka-Scholesa w naturalnych zmiennych.
8. Przykłady wyceny przez rozwiązanie równania Black-Scholesa: opcje waniliowe – uniwersalny schemat, opcje barierowe – problem warunków brzegowych, opcja azjatyckie i opcje lookback. Schematy w dwóch zmiennych przestrzennych – redukcja wymiaru dla opcji azjatyckich i lookback.
9. Informacja o innych metodach. Opcje amerykańskie: zagadnienie ze swobodną powierzchnią i metoda kary. Metoda elementu skończonego.

Literatura

1. Y. Achdou, O. Pironneau. Computational Methods for Option Pricing, SIAM 2005.
2. S. Asmussen, P. Glynn. Stochastic Simulation: Algorithms and Analysis, Springer 2007
3. L. C. Evans. Równania Różniczkowe Cząstkowe, PWN, Warszawa 2002.
4. P. Glasserman. Monte Carlo Methods in Financial Engineering, Springer 2004.
5. R. Seydel. Tools for Computational Finance (2nd ed.) , Springer 2004.

Efekty kształcenia

Wiedza i umiejętności:

1. Potrafi wykorzystać metody Monte Carlo do obliczania cen instrumentów finansowych, umie generować próby dla wielu ważnych rozkładów (dyskretny, jednostajny, normalny, t-Studenta), zna metody tworzenia próby o zadanym rozkładzie z próby o rozkładzie jednostajnym, umie generować ciągi o małej dyskrepancji;
2. Umie rozwiązać numerycznie proste równania stochastyczne wykorzystując schematy Eulera lub Milsteina, zna rząd zbieżności tych schematów i rozumie jak znajomość rzędu zbieżności wpływa na zachowanie rozwiązań przybliżonych;
3. Zna podstawowe metody redukcji wariancji i umie je praktycznie wykorzystać, portafi wprowadzić zmienne antytetyczne do algorytmu Monte Carlo, umie obliczyć VaR metodą symulacji Monte Carlo, umie obliczyć ceny opcji waniliowych oraz wielu opcji egzotycznych (a także ich współczynniki wrażliwości) metodą Monte Carlo;
4. Rozumie matematyczne własności rozwiązań równań parabolicznych, wie jak wygląda poprawnie postawione zagadnienie początkowo-brzegowe dla tych równań, zna twierdzenia o istnieniu rozwiązań tych równań, umie napisać podstwowe schematy różnic skończonych służące rozwiązywaniu równań parabolicznych, zna warunki zbieżności tych schematów i umie te warunki wykorzystać w praktyce, potrafi obliczyć ceny wielu (także egzotycznych) instrumentów finansowych wykorzystując metodę różnic skończonych;
5. Zna związek wyceny opcji amerykańskich z zagadnieniem ze swobodną powierzchnią, umie rozwiązać proste przypadki takiego zagadnienia.

Kompetencje społeczne:

1. Rozumie znaczenie metod numerycznych w praktyce rynków finansowych;
2. Rozumie znaczenie wiedzy z analizy numerycznej w rozwiązywaniu realnych problemów.

5.10 Miary ryzyka

Skrócony opis

Celem wykładu jest przedstawienie podstawowych teoretycznych i praktycznych zagadnień dotyczących miar ryzyka finansowego, w tym roli w zarządzaniu ryzykiem w instytucjach finansowych. Ponadto będzie omówiony związek miar ryzyka z teorią ubezpieczeń.

Pełny opis

1. Miary ryzyka jako miary ryzyka finansowego (rynkowego, kredytowego i operacyjnego). Podstawowe typy miar ryzyka (monetarne, koherentne i wypukłe).
2. Wartość zagrożona (VaR): jej związek z kwantylami ekstremalnymi; podstawowe własności kwantyli i ich estymatorów (twierdzenie o zbieżności i centralne twierdzenie graniczne dla kwantyli); podstawowe metody wyznaczania wartości zagrożonej (kowariancyjna, theta- delta, theta-delta-gamma, symulacji Monte-Carlo, częściowej symulacji Monte-Carlo i symulacji historycznej); rozkłady eliptyczne i metoda kowariancyjna w przypadku czynników ryzyka o łącznym rozkładzie eliptycznym.

3. Miary ryzyka związane z wartością zagrożoną: oczekiwany niedobór (ES), warunkowa wartość zagrożona (CVaR) i jej ekstremalne własności; koherentność warunkowej wartości zagrożonej.
4. Składki ubezpieczeniowe jako miary ryzyka (składki ubezpieczeniowe: holenderska, wykładnicza i skladka Denneberga).
5. Reprezentacja liniowa (afiniczna) miar koherentnych (wypukłych) – informacja.

Literatura

1. J. Jakubowski, Modelowanie rynków finansowych, 2006, Script.
2. J. C. Hull, Zarządzanie ryzykiem instytucji finansowych, 2011, PWN.
3. C. Butler, Tajniki Value at Risk, Praktyczny podręcznik zastosowań metody VaR, 2001, Liber.
4. D. Gątarek, R. Maksymiuk, M. Krysiak, Ł. Witkowski, Nowoczesne metody zarządzania ryzykiem finansowym, 2001, WIG-Press.
5. P. Best, Wartość narażona na ryzyko, obliczanie, wyrażanie modelu VaR, 2000, Dom Wydawniczy ABC.
6. H. Follmer, A. Schied , Stochastic finance: an introduction in discrete time, 2nd edition, 2004, Walter de Gruyter.
7. A. McNeil, P. Frey, P. Embrechts, Quantitative risk management, 2005, Princeton University Press, revised edition 2015.
8. M. Denuit, J. Dahaene, M. Goovaerts, R. Kaas, Actuarial theory for dependent risks, measures, orders and models, 2005, Wiley.
9. P. Jorion, Value at Risk: the new benchmark for managing financial risk, 3rd edition, 2007, McGraw-Hill.
10. K. Dowd, Measuring market risk, 2nd edition, 2005, Wiley.
11. G. A. Holton, Value-at-Risk: theory and practice, 2003, Academic Press.

5.11 Procesy stochastyczne w biologii i naukach społecznych

Skrócony opis

Wyłożenie podstaw teoretycznych analizy stochastycznej (łańcuchy Markowa, proces Poissona, procesy urodzin i śmierci, procesy gałązkowe, równanie M, równania Fokkera-Plancka, Kołmogorowa, Langevina/Ito) będzie zintegrowane z konkretnymi modelami biologicznymi (ekspresja i regulacja genów, kanały jonowe) oraz modelami teorii gier ewolucyjnych.

Pełny opis

Wyłożenie podstaw teoretycznych analizy stochastycznej (łańcuchy Markowa, proces Poissona, procesy urodzin i śmierci, procesy gałązkowe, równanie M, równania Fokkera-Plancka, Kołmogorowa, Langevina/Ito) będzie zintegrowane z konkretnymi modelami biologicznymi (ekspresja i regulacja genów, kanały jonowe) oraz modelami teorii gier ewolucyjnych. Zajęcia rozpoczniemy od elementarnego wprowadzenia do teorii łańcuchów Markowa (rozkład stacjonarny, równowaga szczegółowa, klasyfikacja stanów, twierdzenie ergodyczne) bogato ilustrowanego przykładami z różnych dziedzin. Nie zakładamy znajomości biologii i teorii gier. Elementy rzeczywistości poza-matematycznej zostaną wyłożone i odpowiednie modele matematyczne zostaną skonstruowane. Zajęcia oprócz uczenia technik matematycznych będą miały na celu naukę modelowania - konstruowania modeli matematycznych, których analiza doprowadza do odpowiedzi na pytania z innych dziedzin.

Program wykładu i ćwiczeń

1. Wprowadzenie do łańcuchów Markowa z czasem dyskretnym: stan stacjonarny, zbieżności rozkładów i prawdopodobieństw przejścia, klasyfikacja stanów.
2. Odwracalność w czasie łańcuchów Markowa, równowaga szczegółowa. Model kanału jonowego – dynamika Kawasaki.
3. Łańcuchy Markowa z czasem ciągłym – skokowe procesy Markowa: proces Poissona, procesy urodzin i śmierci. Stochastyczne modele ekspresji i regulacji genów.
4. Równanie M (równanie fundamentalne), równania Fokkera-Plancka, Kołmogorowa, Langevina/Ito.
5. Procesy gałązkowe.
6. Stochastyczna stabilność losowo zaburzonych dynamicznych układów deterministycznych . Stochastyczne modele gier ewolucyjnych z losowym doborem graczy i ze strukturą przestrzenną.
7. Paradoksalne gry hazardowe Parrondo.

Literatura

1. J. Jakubowski i R. Sztencel, Wstęp do teorii prawdopodobieństwa, SCRIPT, 2001.
2. W. Feller, Wstęp do rachunku prawdopodobieństwa (t. I i II), PWN, 1975 i późniejsze wydania.
3. A. Borowkow, Rachunek prawdopodobieństwa, PWN, 1975.
4. G. R. Grimmett i D. R. Stirzaker, Probability and Random Processes, Oxford University Press, 1982 i późniejsze wydania.
5. Ch. Mazza i M. Benaim, Stochastic Dynamics for Systems Biology, Chapman and Hall/CRC Mathematical and Computational Biology, 2014.

Efekty kształcenia

Wiedza i umiejętności:

1. Zna podstawowe definicje, twierdzenia i własności łańcuchów Markowa, procesów gałązkowych, procesu Poissona oraz procesów urodzin i śmierci.
2. Umie obliczać momenty rozkładów używając funkcji tworzących.
3. Zna podstawowe modele matematyczne ekspresji genów oraz teorii gier ewolucyjnych.
4. Umie konstruować modele matematyczne w oparciu o teksty biologiczne i nauk społecznych.

Kompetencje społeczne:

1. Umie rozmawiać z biologami i przedstawicielami nauk społecznych o matematyce i z matematykami o biologii i naukach społecznych.

5.12 Rozmaitosci Zespolone

Skrócony opis

Omawiane są następujące tematy: ;okalna geometria zespolona, zespolone formy różniczkowe, rozmaitości kaehlerowskie, kohomologie Dolbeault, teoria Hodge'a, wiązki wektorowe, klasy Cherna.

Pełny opis

1. Lokalna teoria: funkcje holomorficzne wielu zmiennych.
2. Struktura niemal zespolona, twierdzenie Newlandera–Nirenberga.
3. Formy różniczkowe holomorficzne i gładkie typu (p, q), różniczka holomorficzna i antyholomorficzna.

4. Rozmaitości zespolone. Przykłady: krzywe czyli powierzchnie Riemanna, przestrzeń rzutowa, grassmanniany, zespolone torusy, rozmaitości rzutowe.
5. Struktura hermitowska i kahlerowska. Metryka Fubini-Study
6. Kompleks i kohomologie Dolbeault, zespolony lemat Poincare.
7. Laplasjan i rozkład Hodge'a. Trudne twierdzenie Lefshetza dla rozmaitości kaehlerowskich. Diament Hodge'a.
8. Wiązki zespolone, koneksja na wiązce zespolonej, różniczkowa definicja klas Cherna.

Literatura

1. S. S. Chern: Complex Manifolds without Potential Theory
2. D. Huybrechts: Complex geometry. An introduction.
3. P. Griffiths, J. Harris: Principles of algebraic geometry.
4. M. De Cataldo: Lectures on the Hodge theory of projective manifolds.

Efekty kształcenia

Student zna podstawowe pojęcia współczesnej geometrii zespolonej, podstawy geometrii kaehlerowskiej. W szczególności opanował pojęcia wymienione w opisie przedmiotu. Wykład stanowi punkt wyjścia do dalszego kształcenia w tej dziedzinie.

5.13 Statystyka bayesowska

Skrócony opis

Systematyczne wprowadzenie do statystyki bayesowskiej, która zdobywa coraz większą popularność, ma różnorodne zastosowania, a na kursowych wykładach ze statystyki jest traktowana pobieżnie. Przedmiot przeznaczony dla matematyków, dostępny również dla informatyków zainteresowanych statystyką.

Pełny opis

1. Klasyczny i bayesowski punkt widzenia w statystyce. Przykłady. Podstawy probabilistyczne: warunkowe rozkłady prawdopodobieństwa, warunkowe wartości oczekiwane, twierdzenie Bayesa. Budowa statystycznych modeli bayesowskich. Rozkłady a priori i a posteriori. Rozkłady predykcyjne. Warunkowa niezależność i dostateczność.
2. Sprzężone rodziny rozkładów. Standardowe przykłady.
3. Funkcje straty, estymacja i predykcja bayesowska. Podstawy statystycznej teorii decyzji. Zastosowania: klasyfikacja i rozpoznawanie obrazów. Zastosowania: mieszane modele liniowe w ubezpieczeniowej teorii zaufania (credibility) i w statystyce małych obszarów. Empiryczne podejście bayesowskie i modele hierarchiczne.
4. Metody obliczeniowe, MCMC. Próbnik Gibbsa w hierarchicznych modelach baysesowskich.
5. Testowanie hipotez w ujęciu bayesowskim, wybór modelu. Czynniki Bayesa i metody obliczeniowe.
6. Elementy asymptotycznej teorii bayesowskiej. Zgodność i asymptotyczna normalność rozkładów a posteriori. Wymienialność (exchangeability) i twierdzenie de Finettiego.

Literatura

1. M.H. DeGooot, Optymalne decyzje statystyczne. PWN 1981.
2. S.D. Silvey, Wnioskowanie Statystyczne. PWN 1978.
3. C.P. Robert, The Bayesian choice: a decision-theoretic motivation. Springer 1994.
4. J.H. Albert, Bayesian computation with R. Springer 2008.

Efekty kształcenia

Wiedza i umiejętności:

1. Rozumie model bayesowski i różnicę pomiędzy częstościowym i bayesowskim punktem widzenia. Umie wyprowadzić wzory na rozkład a-posteriori dla modelu dwumianowego, Poissona, normalnego przy sprzężonym rozkładzie a-priori. Zna pojęcie rozkładu predykcyjnego i potrafi wyprowadzić odpowiednie wzory w prostych modelach
2. Zna definicję i podstawowe własności wykładniczej rozdziny rozkładów prawdopodobieństwa i umie wyprowadzić wzory na sprzężone rozkłady a-priori.
3. Zna pojęcia teorii decyzji statystycznych takie jak funkcja straty, funkcja ryzyka i ryzyko bayesowskie. Umie obliczać estymatory bayesowskie dla różnych funkcji straty.
4. Zna podstawowe algorytmy MCMC (markowowskie Monte Carlo) stosowane w statystyce bayesowskiej. Umie samodzielnie zaprojektować i zaprogramować próbnik Gibbsa w prostych modelach hierarchicznych.
5. Rozumie bayesowskie podejście do zagadnienia testowania hipotez statystycznych. Zna definicję czynnika Bayesa i wie jak należy go obliczać.
6. Zna twierdzenia graniczne dla rozkładów a posteriori: zgodność, asymptotyczną normalność. Rozumie pojęcie wymienialności (exchangeability) i rozumie jego rolę w statystyce bayesowskiej.

Kompetencje społeczne:

1. Rozumie metodologiczną różnicę pomiędzy statystyką bayesowką i częstościową.
2. Potrafi formułować w języku bayesowskim wnioski obliczeń statystycznych i komunikować te wyniki użytkownikom.

5.14 Topologia algebraiczna

W roku akademickim 2016/17 jeszcze pod dotychczasową nazwą *Topologia algebraiczna II*.

Skrócony opis

Grupy homotopii. Korozwłóknienia i rozwłóknienia. Ciąg dokładny grup homotopii rozwłóknienia. Aksjomaty teorii (ko-)homologii. Homologie singularne. Stopień odwzorowań sfer. Homologie komórkowe.. Kohomologie de Rhama i tw. de Rhama. Struktury multiplikatywne (ko-)homologii singularnych. Orientacja rozmaitości topologicznych i twierdzenia o dualności. Indeks przecięcia i zaczepienia podrozmaitości.

Pełny opis

1. Homotopia – przypomnienie podstawowych pojęć. Własność rozszerzanie homotopii (rozwłóknienia) i własność podnoszenia homotopii (korozwłóknienia). Grupy homotopii i ciąg dokładny rozwłóknienia. Rozwłóknienie Hopfa. Doklejanie komórek. Przestrzenie Eilenberga-MacLane'a.
2. Aksjomaty teorii (ko-)homologii. Homologie singularne. Metoda modeli acyklicznych. Ciąg Mayera-Vietorisa. Kohomologie de Rhama i tw. de Rhama.
3. Stopień przekształcenia i klasyfikacja homotopijna odwzorowań $\mathbb{S}^k \to \mathbb{S}^n$ dla $k \leq n$.
4. CW-kompleksy i (ko-)homologie komórkowe.
5. Twierdzenie Eilenberga-Zilbera i struktury multiplikatywne (ko-)homologii. Niezmiennik Hopfa.
6. Homologiczna i geometryczna orientacja rozmaitości. Twierdzenia o dwoistości (Poincarégo, Alexandera, Lefschetza). Geometryczna i homologiczna interpretacja indeksu przecięcia i indeksu zaczepienia podrozmaitości. Tw. Lefschetza o punktach stałych.

Efekty kształcenia

Absolwent przedmiotu powinien:

- umieć sformułować pojęcia i twierdzenia wchodzące do programu oraz wyjaśnić je na podstawie przykładów geometrycznych;
- umieć podać dowody wybranych twierdzeń i dokonywać obliczeń niezmienników homologicznych;
- dostrzegać związki niezmienników rozmaitości definiowanych homologicznie i różniczkowo.

Literatura

1. G. Bredon, Topology and Geometry, Graduate Texts in Mathematics 139, Springer Verlag, New York 1993
2. Fulton, W. Algebraic Topology. A First Course. GTM 153. Springer
3. Greenberg, M.J., Harper, J.R. Algebraic Topology. A First Course.
4. Hatcher, A. Algebraic Topology, Cambridge University Press, Cambridge 2002
5. May J.P. , A Concise Course in Algebraic Topology. Chicago Lecture Notes in Mathematics, The University of Chicago and London, 1999
6. E. Spanier, Algebraic Topology, McGraw-Hill (przekład polski)