Gdańsk, dnia 21.06.2021 r.

dr hab. inż. Dariusz Dereniowski
Katedra Algorytmów i Modelowania Systemów
Wydział Elektroniki, Telekomunikacji i Informatyki
Politechnika Gdańska

Recenzja rozprawy doktorskiej

Tytuł rozprawy: **Parametrized algorithms for connectivity, separation, and modification problems in graphs**.

Autor rozprawy: **mgr Shaohua Li**.

1. **Tematyka rozprawy.**

   W szerszym ujęciu, tematyka rozprawy dotyczy kilku klasycznych problemów teorii grafów, a zastosowane metody i podejście obejmują głównie badanie ich złożoności obliczeniowej. Dotyczy to zarówno wskazywania przypadków obliczeniowo trudnych jak i wielomianowych. Podejmowane w pracy problemy kombinatoryczne są następujące (podaję oryginalne anglojęzyczne nazwy problemów).

   Rozdział 3 poświęcony jest problemowi INDEPENDENT FEEDBACK VERTEX SET, będącym uogólnieniem problemu zbioru rozcyklającego, gdzie dokładany jest warunek, aby określony zbiór był niezależny.

   Rozdział 4 rozważa trzy problemy w ich tzw. 'wielobudżetowych' wersjach: MULTI-BUDGETED CUT, MULTI-BUDGETED DIRECTED FEEDBACK ARC SET oraz MULTI-BUDGETED SKEW EDGE MULTICUT. W tych problemach digraf wejściowy G ma wyznaczone podzbiory łuków E_i, $1 \leq i \leq l$, oraz odpowiadające im liczby całkowite k_i, $1 \leq i \leq l$. W pierwszym z wymienionych problemów pytamy o to czy dla grafu G oraz dwóch jego podzbiorów wierzchołków X i Y istnieje takie rozcięcie separujące zbiory X i Y (brak istnienia skierowanej ścieżki), którego przekrój z każdym z podzbiorów E_i ma rozmiar nie przekraczający k_i. Problem MULTI-BUDGETED SKEW EDGE MULTICUT jest wariantem, nieformalnie ujmując, w którym dodatkowo podane są pary wierzchołków pomiędzy którymi należy wyeliminować skierowane ścieżki. W problemie MULTI-BUDGETED DIRECTED FEEDBACK ARC SET natomiast pytamy o istnienie podzbioru łuków usuwającego wszystkie cykle z grafu i mającego co najwyżej k_i wspólnych łuków z każdym podzbiorem E_i.

   Rozdział 5 opisuje problem TWO DISJOINT SHORTEST PATHS PROBLEM z tzw. ograniczeniami przejść. W problemie tym mamy zadany graf skierowany oraz dwie pary wierzchołków. Pytanie dotyczy istnienia dwóch rozłącznych (krawędziowo lub wierzchołkowo, zależnie od wersji problemu) ścieżek łączących zadane pary w taki sposób, aby ścieżki te były najkrótszymi pomiędzy tymi parami. Dodatkowo konstruowane ścieżki muszą respektować ograniczenia przejść: pewne pary łuków nie mogą następować po sobie.

Rozdział 6 opisuje dwa warianty problemu CLUSTER EDITING: CLUSTER EDITING ABOVE MODIFICATION-DISJOINT P_3 PACKING oraz CLUSTER EDITING ABOVE TWO-RESTRICTED MODIFICATION-DISJOINT P_3 PACKING. W obu problemach mamy na wejściu zadany graf G, upakowanie $\mathcal{H}$ ścieżek P_3, z których żadna para nie posiada co najmniej dwóch wspólnych wierzchołków oraz liczba całkowita ℓ. Dodatkowo, w drugim problemie wymagamy, aby każdy wierzchołek grafu był incydentny z co najwyżej dwiema ścieżkami w $\mathcal{H}$. Wówczas, pytanie dla obu problemów brzmi czy istnieje sekwencja co najwyżej $|\mathcal{H}|+\ell$ edycji (dodanie lub usunięcie krawędzi), które prowadzą do grafu będącego kolekcją rozłącznych klik?

Wreszcie rozdział 7 dotyczy złożoności problemu METRIC DIMENSION, gdzie pytamy czy dla zadanego grafu G oraz liczby całkowitej k, istnieje podzbiór S rozmiaru co najwyżej k o następującej własności. Jeśli dla każdego wierzchołka v grafu G określimy wektor złożony z odległości v do wszystkich wierzchołków z S, to dla każdej pary wierzchołków grafu wektory te są różne.

2. **Uzyskane wyniki oraz ocena dorobku.**

Rozdział 3 prezentuje algorytm o złożoności $\mathcal{O}^*((1+\varphi^2)^k)$, gdzie $\varphi = (1+\sqrt{5})/2$ natomiast k jest parametrem wejściowym algorytmu określającym rozmiar zbioru rozcyklającego, a notacja $\mathcal{O}^*$ ukrywa czynniki wielomianowe względem rozmiaru wejścia. Prezentacja algorytmu jest bardzo dobrze zorganizowana, gdyż podzielono go na koncepcyjnie niezależne części (ogólna procedura w rozdziale 3.1, następnie reguły redukujące rozmiar instancji w rozdziale 3.2, oraz ostateczne zasady przeglądu zredukowanej instancji).

Większa część rozdziału 4 poświęcona jest algorytmowi FPT (względem $l + \sum_i k_i$) dla problemu MULTI-BUDGETED CUT, gdzie algorytm ten jest oparty o technikę z pracy [23]. (Także, Autor pokazuje trudność problemu dla szczególnego przypadku dwóch budżetów.) Następnie Autor wykorzystuje zastosowane podejście do rozwiązania dwóch pozostałych wariantów z tego rozdziału.

Rozdział 5 pokazuje istnienie wielomianowego algorytmu dla problemu TWO DISJOINT SHORTEST PATHS PROBLEM z ograniczeniami przejść. Metodologia jest oparta na pracy [9] i sam wynik jest wzmocnieniem rezultatów z tejże pracy.

Pierwsza część rozdziału 6 zawiera dowód, że problem CLUSTER EDITING ABOVE MODIFICATION-DISJOINT P_3 PACKING jest NP-zupełny dla przypadku $\ell = 0$, gdzie parametr $\ell = 0$ oznacza, że pytamy o istnienie zbioru 'edycyjnego', którego rozmiar jest równy wejściowemu upakowaniu ścieżek P_3. Następnie udowodniony jest fakt, że istnieje algorytm wielomianowy dla problemu CLUSTER EDITING ABOVE TWO-RESTRICTED MODIFICATION-DISJOINT P_3 PACKING dla $\ell = 0$ wraz z wynikająca z tego konkluzja, że problem jest w klasie XP dla ustalonego ℓ.

Rozdział 7 podaje dowód, że problem METRIC DIMENSION jest NP-zupełny dla grafów o stałej szerokości ścieżkowej (równej 24). Dowód jest bardzo skomplikowany i jest przeprowadzony poprzez podanie dwóch pośrednich redukcji wielomianowych w rozdziałach 7.1 oraz 7.2. Pomijając ten pomocniczy problem pośredni użyty w tych redukcjach, dowód głównego wyniku tego rozdziału przebiega poprzez redukcję z problemu 3-wymiarowego skojarzenia (3-DIMENSIONAL MATCHING).

Podsumowując zaprezentowane wyniki, uważam że Autor wykazał się bardzo dobrą znajomością szeregu technik stosowanych w literaturze z zakresu algorytmów parametryzowanych. Wymienione wyniki uważam za nietrywialne i posiadające wysoką wartość naukową.

3. **Pewne uwagi.**

   Praca posiada szereg mocnych stron. Po pierwsze jest to fakt, że większość materiału w niej zawartej jest opublikowana w rozpoznawalnych międzynarodowo pismach lub konferencjach. Są to: *WG 2018* wraz z pełną wersją pracy w piśmie *Theory of Computing Systems* (rozdział 3), *IPEC* 2018 oraz pełna wersja w piśmie *Algorithmica* (rozdział 4), *ISAAC* 2020 (rozdział 5), *STACS* 2021 (rozdział 6). Także, Autor przejrzyście prezentuje materiał, podając w odpowiednich miejscach krótkie informacje o organizacji kolejnych partii tekstu, a także zaopatrując wybrane fragmenty w intuicyjne opisy, np. obrazujące sposób działania algorytmu. Autor dobrze umieszcza używane techniki w kontekście tych znanych w literaturze. Mam tutaj na myśli to, że w szeregu miejsc wskazuje się które elementy algorytmiczne są nowe, a które są identyczne lub podobne do użytych wcześniej w pracach innych autorów.

   Praca zawiera także pewne błędy, których szersza lista nie jest wymieniana tutaj, a jedynie wzmiankuję kilka przykładów, aby nakreślić charakter tych błędów — są to błędy natury redakcyjnej. Na przykład, występuje rozbieżność w nazwie problemu w twierdzeniach 3 oraz 12. We fragmencie "Organization of this chapter" na stronie 47 mamy podany odnośnik do rozdziału 4.2 zamiast 6.2. Podobny błąd ma miejsce na początku rozdziału 7. Występują także okazjonalne rozbieżności notacyjne, jak na przykład używanie zbioru oraz podgrafu $G[\cdot]$ na określanie zbioru niezależnego. Innym przykładem jest $E(i)$ zamiast E_i w ostatniej linii strony 27.

   Już w charakterze nie błędu, lecz subiektywnej uwagi, redukcja opisana w pierwszym paragrafie na stronie 8 jest właściwie możliwa dla większych stałych ℓ. Można się domyślić, że nie jest to tutaj istotne, gdyż główne wyniki dotyczą przypadku $\ell = 2$, ale warto wspomnieć o takiej obserwacji.

4. **Konkluzja.** Praca zawiera szereg ciekawych wyników i nie mam wątpliwości, że pozostawiają one trwały ślad w światowej nauce. Szereg drobnych błędów, które można znaleźć w pracy nie umniejsza bardzo dobrego odbioru całości. W mojej opinii rozprawa spełnia warunki określone w *Ustawie*. W związku z tym, wnioskuję o dopuszczenie Autora do dalszych etapów przewodu doktorskiego.

Dereniowski

Dariusz Dereniowski