

prof. dr hab. Grzegorz Bobiński
Wydział Matematyki i Informatyki
Uniwersytet Mikołaja Kopernika w Toruniu

Toruń, 20 lipca 2026 roku

Recenzja rozprawy doktorskiej

Deformation theory and algebraic group actions

mgr. Piotra Oszera

dla Rady Naukowej Dyscyplin Matematyka i Informatyka
Uniwersytetu Warszawskiego

Ważnymi obiektami w geometrii algebraicznej są przestrzenie moduli. Klasycznym przykładem takich obiektów są schematy Hilberta parametryzujące, dla ustalonego schematu, skończone podschematy ustalonej długości. Schematy Hilberta są jednym z obiektów badanych w rozprawie. Innymi przestrzeniami moduli, które są obiektem zainteresowania autora rozprawy, są:

- flagowe (nested) schematy Hilberta, parametryzujące pary $X_1 \subseteq X_2$ skończonych podschematów ustalonej długości (w przypadku gdy X_1 jest schematem długości 1, mówimy o punktowych schematach Hilberta),
- schematy Terytorium, parametryzujące dla ustalonego schematu afinicznego, podalgebry algebry funkcji regularnych ustalonej korangi.

Głównymi problemami badanymi w rozprawie są pytania o istnienie w powyższych schematach punktów niezredukowanych oraz opis pojawiających się osobliwości.

Rozprawa podzielona jest na dziewięć rozdziałów. Rozdział pierwszy ma charakter wstępny i omawia ogólnie zawartość pracy. Rozdziały od drugiego do czwartego służą przedstawieniu wybranych narzędzi wykorzystywanych przez autora. Szczególnie ważną rolę odgrywa rozdział czwarty, w którym

omawiana jest teoria funktorów deformacji, w tym stanowiących wkład autora funktorów deformacji z filtracją, które pozwalają w dobrych przypadkach uogólnić rozkład Białynckiego-Biruli do funktorów deformacji. Te funktory i związane z nim rozkłady są jednymi z głównym narzędzi stosowanych przez autora w rozprawie.

Kolejne rozdziały zawierają uzyskane przez autora rozprawy wyniki:

- W rozdziale piątym opisane są komórki Białynckiego-Biruli dla schematów Hilberta punktów na płaszczyźnie. Częściowe wyniki dotyczące tego problemu były wcześniej uzyskane przez innych matematyków, poza otrzymaniem ogólnego opisu doktorant zaproponował zunifikowane podejście do rozwiązywania tego problemu.
- W rozdziale szóstym autor uogólnia wcześniejsze wyniki dotyczące istnienia niezredukowanych punktów na punktowych schematach Hilberta dla rozmaitości wyższych wymiarów oraz opisuje typy osobliwości skonstruowanych w ten sposób punktów. Kluczową rolę w dowodach odgrywa pojęcie fraktalności. Doktorant wykorzystuje to pojęcie również do tego, aby przedstawić alternatywny dowód wcześniejszego wyniku dotyczącego punktów niezredukowanych dla innej klasy flagowych schematów Hilberta.
- Głównym wynikiem rozdziału siódmego jest udowodnienie, że dla dostatecznie dużych n podschemat schematu Hilberta n -wymiarowej przestrzeni afinicznej złożony z podschematów, które są schematami Gorensteina długości $2n + 1$, jest niezredukowany. Konsekwencją tego twierdzenia jest wynik dotyczący niezredukowania pewnych rozmaitości kaktusowych.
- Ostatnie dwa rozdziały poświęcone są badaniom schematów Terytorium oraz ich wariantów. W szczególności udowodnione są w nim wyniki dotyczące niezredukowania tych schematów oraz ich związków z hipotezą Wilfa.

Rozprawa jest obszerna (142 strony), ze względu na tę obszerność (także pod względów poruszanych tematów i badanych obiektów) jej lekturę utrudnia brak indeksu pojęć i oznaczeń. Nie do końca też jej obszernością można usprawiedliwić pojawiające się w pracy usterki redakcyjne (takie jak niepełna unifikacja oznaczeń w rozdziałach, w których autor referuje wyniki swoich wcześniejszych prac), które dodatkowo utrudniają zrozumienie niełatwych rozważań. Ze spraw mniejszej wagi chciałem wspomnieć o błędnej formalnie (moim zdaniem) definicji rozmaitości siecznej oraz nadużywaniu (ponownie, w mojej opinii) sformułowania "let us".

Mimo powyższych zastrzeżeń oceniam wysoko zawarte w pracy rezultaty, uważam je za interesujące i wartościowe. Ich udowodnienie wymagało opanowania i zastosowania, a w niektórych przypadkach też rozwinięcia, nietrywialnych metod z geometrii algebraicznej. Autor wykazał się dużą biegłością w ich stosowaniu sprawnie przeprowadzając niełatwe dowody. W szczególności rozprawa stanowi oryginalne rozwiązanie problemu naukowego, a więc spełnia wymogi ustawowe, jak również i zwyczajowe, stawiane rozprawom doktorskim. W związku z powyższym wnoszę o dopuszczenie mgr. Piotra Oszera do dalszych etapów przewodu doktorskiego.

Grzegorz Bobiński