Marcin Kozik
Zespół Katedr i Zakładów Informatyki Matematycznej
Wydział Matematyki i Informatyki
Uniwersytet Jagielloński

Recenzja rozprawy doktoskiej mgr. Marcina Gąsiorka

Obliczenia symboliczne i algorytmy kombinatoryczne w spektralnej klasyfikacji zbiorów częściowo uporządkowanych.

1 Temat rozprawy

Rozprawa doktorska dotyczy szeroko zakrojonych badań, już od dłuższego czasu realizowanych przez, między innymi, promotora pracy. Celem tych badań jest analiza podobieństwa (lub ogólniej – struktury) grafów przy użyciu narzędzi algebraicznych. Praca doktorska magistra Marcina Gąsiorka skupia się na specjalnej klasie grafów skierowanych: na porządkach częściowych,

Najważniejszymi pojęciami używanymi przez autora są, skojarzone z każdym skończonym porządkiem $I = (\{1, \ldots, n\}, \preceq)$:

- macierz incydencji $C_I = [c_{ij}]$ zadana przez $c_{ij} = 1$ dla $i \preceq j$ i $c_{ij} = 0$ w przeciwnym przypadku,
- symetryczna macierz Grama $G_I = 1/2(C_I + C_I^{tr})$
- oraz funkcjonał kwadratowy $q_I(x) = \sum_{i \preceq j} x_i x_j = x \cdot C_I \cdot x^{tr}$.

Wyniki zawarte w dysertacji dotyczą relacji $\sim_{\mathbb{Z}}$ i $\approx_{\mathbb{Z}}$ zdefiniowanych w następujący sposób

$$I \approx_{\mathbb{Z}} J \text{ jeśli } C_I = B^{tr} \cdot C_J \cdot B, \text{ a}$$
$$I \sim_{\mathbb{Z}} J \text{ jeśli } G_I = D^{tr} \cdot G_J \cdot D$$

dla pewnych odwracalnych macierzy D, B.

Główne wyniki pracy zawarte są w rozdziałach 3, 4 i 5. Oznaczając przez Ker_{q_I} zbiór $\{x \mid q_I(x) = 0\}$ (który, jako podzbiór $\mathbb{Z}^n$ dla n-elementowego I, jest grupą) rozprawa dzieli je następująco. Rozdział 3 jest poświęcony analizie porządków **dodatnich**, tzn. takich że $\mathrm{Ker}_{q_I} = \{0\}$, rozdział 4 porządków **głównych**, to jest takich że ranga Ker_{q_I} jest równa jeden, a rozdział 5 takich, że ranga ta jest równa dwa.

2 Wyniki i techniki dowodowe

Najważniejsze wyniki rozdziału 3 zawarte są w Twierdzeniu 3.17, rozdziału 4 w Twierdzeniach 4.24 i 4.26 a rozdziału 5 w Twierdzeniu 5.5, 5.20, 5.51. Żadne z wymienionych twierdzeń nie dotyczą wszystkich porządków dodatnich, głównych czy z jądrem rangi 2. Ich stosowalność dodatkowo zawężają założenia dwojga postaci:

- porządek I posiada element największy (Twierdzenia 3.17, 4.24, 4.26 etc.) **lub**
- porządek I ma nie więcej niż 14 elementów (Twierdzenie 3.17), 15 elementów (Twierdzenie 4.24, 5.20 etc.).

Poniżej dwa przykłady charakteryzacji udowodnionych w rozprawie przy tych założeniach: Każdy porządek dodatni jest równoważny (zarówno w sensie $\sim_{\mathbb{Z}}$ jak i $\approx_{\mathbb{Z}}$) z pewnym diagramem Dynkina. Podobnie porządek główny jest identyfikowany (modulo $\approx_{\mathbb{Z}}$) poprzez jego typ Dynkina i spektrum Coxetera. Rozprawa zawiera więcej tego typu wyników dotyczących zarówno porządków dodatnich, głównych, jak i tych o randze jądra 2.

Dziwna, na pierwszy rzut oka, alternatywa założeń spowodowana jest zastosowaniem przez autora różnych technik dowodowych. W przypadku porządków z elementem największym rozumowanie zawarte w doktoracie jest standardowym dowodem matematycznym (czasami wspartym komputerową weryfikacją dużej ilości przypadków "startowych"). Z drugiej strony, w przypadku porządków o ograniczonej wielkości, część rozumowania zastąpiona jest obliczeniami weryfikującymi wszystkie możliwe porządki/przypadki.

Twierdzenia dotyczące porządków z elementem największym są interesujące, nawet jeśli techniki dowodowe nie są ekscytujące ani nowatorskie (najbardziej wyrazistym tego przykładem jest żmudny dowód Lematu 4.53 na stronach 122-128). Rezultaty to klasyfikacja, z dokładnością do relacji $\sim_{\mathbb{Z}}$, $\approx_{\mathbb{Z}}$ albo izomorfizmu, pewnych klas porządków. Spośród wielu rezultatów zawartych w doktoracie te wyniki podobają mi się najbardziej.

Twierdzenia dla porządków o ograniczonej wielkości (14 lub 15 elementów) wymagają pewnych technicznych (niekiedy całkiem ciekawych) lematów. Najczęściej jednak ciężar rozumowania przeniesiony jest na obliczenia komputerowe weryfikujące klasyfikację. Konkretne ograniczenia na wielkość porządku wynikają wprost z czasu potrzebnego na weryfikację tez dla wszystkich porządków odpowiedniej wielkości. Zastosowane algorytmy nie są nowatorskie, a ich złożoność obliczeniowa najczęściej nie jest interesująca. Co więcej, w paru przypadkach, nie dają one nawet gwarancji poprawności obliczeń (np. Algorytm 4.44) a kompletność klasyfikacji musi być weryfikowana a posteriori.

Weryfikacja twierdzeń matematycznych, dla małych instancji, poprzez komputerowe sprawdzenie wszystkich możliwych przypadków nie jest standardowym podejściem w matematyce dyskretnej, a w rozprawie brak przekonującego uzasadnienia tego wyboru. Co więcej, ilość pracy włożona zarówno w teoretyczne jak i implementacyjne przygotowanie obliczeń jest naprawdę duża. W tym sensie prawdziwą wartością tej części wyników są liczby 14 czy 15: mniejszym nakładem pracy i prostszym kodem można zweryfikować tę samą tezę dla porządków mniejszej wielkości.

3 Dyscyplina rozprawy, publikacje i reakcja środowiska

W kontekście powyższych uwag pewne wątpliwości budzi klasyfikacja rozprawy jako pracy doktorskiej z informatyki. Prezentowane wyniki są wynikami w matematyce dyskretnej. Niektóre z nich uzyskane zostały przy użyciu narzędzi informatycznych, ale najciekawszą częścią użytych algorytmów są **czysto matematyczne** lematy które uzasadniają ich działanie.

Wyniki wchodzące w skład rozprawy ukazały się w następujących czasopismach:

- *Linear Algebra and its Applications* (trzy artykuły)
- *European Journal of Combinatorics*
- *Fundamenta Informaticae*
- *Colloquium Mathematicum*
- *Algebra and Discrete Mathematics*

Cztery pierwsze spośród nich są indeksowane w Web of Knowledge, ale spośród tych czterech jedynie polskie *Fundamenta Informaticae* jest sklasyfikowane (w WoK) jako (częściowo) informatyczne. Pozostałe dotyczą matematyki, lub matematyki stosowanej. Wśród publikacji konferencyjnych sytuacja wygląda niewiele lepiej. Biorąc pod uwagę że prezentowane badania dotyczą matematyki, a rozprawa jest w dyscyplinie informatyka brakuje choćby jednej publikacji w prestiżowym **informatycznym** czasopiśmie.

Prace zawierające wyniki wchodzące w skład rozprawy zostały dobrze przyjęte przez środowisko. Świadczy o tym, na przykład, dobra ilość cytowań.

4 Redakcja rozprawy

Rozprawa jest przygotowana bardzo starannie. Rozumowania są przedstawione jasno i uzupełnione dużą ilością przykładów.

Zastrzeżenia merytoryczne budzą niektóre decyzje dotyczące kompozycji rozprawy. Umieszczenie paru kluczowych i notorycznie używanych definicji (np. definicji bigrafu) w dodatku (Dodatek A) jest bardzo złym pomysłem, szczególnie w kontekście całego rozdziału (Rozdział 1) poświęconego wprowadzeniu.

Co więcej niektóre sformułowania źle świadczą o erudycji autora nawet w wąskiej dziedzinie informatyki. Na przykład na stronie 108 znaleźć można następujące zdanie: "Analiza rysunku 4.32 pokazuje, że w analizowanych przypadkach algorytm 4.28 ma wykładniczą złożoność obliczeniową oraz wykładniczą złożoność pamięciową.". Termin **wykładnicza złożoność obliczeniowa/pamięciowa** jest bardzo precyzyjnie zdefiniowany w informatyce i traci sens jeśli dopuszczamy jedynie skończoną ilość "przypadków".

Autor nie ustrzegł się również pewnej ilości błędów redakcyjnych, a w paru przypadkach nieco poważniejszych (ale łatwo naprawialnych) niedociągnięć merytorycznych. Niemniej jednak, pomimo tych zastrzeżeń, redakcja rozprawy to jej zdecydowanie mocna strona.

5 Podsumowanie

Rozprawa zawiera wyniki w matematyce dyskretnej, a ich dowody to kompozycja rozumowania matematycznego i obliczeń komputerowych. Znakomita większość algorytmów użytych w obliczeniach nie jest interesująca; większą wartość mają twierdzenia których te obliczenia dowodzą.

Zarówno jakość, jak i ilość wyników zawartych w rozprawie spełnia ustawowe wyniki stawiane rozprawom doktorskim (choć uważam że wybór matematyki, jako dyscypliny rozprawy, byłby trafniejszy). Zwracam się do Rady Wydziału Matematyki, Informatyki i Mechaniki Uniwersytetu Warszawskiego o przyjęcie rozprawy magistra Marcina Gąsiorka i o dopuszczenie go do dalszych etapów przewodu doktorskiego.